

Programa De Maestría y Doctorado en Ciencias Económicas

Fluctuaciones Económicas en la escuela ortodoxa

Idónea Comunicación de Resultados

Por:

Gabriel Alejandro Coaquira Uribe

Asesora:

Abigail Rodríguez Nava

Diciembre de 2017

Contenido

Índice de Gráficos.....	iii
Índice de Tablas.....	iii
Índice de Cuadros.....	iii
1 Introducción	1
2 Contraste Teórico sobre las Fluctuaciones Económicas	3
2.1 Generalidades	3
2.2 Ideas precursoras: Aportes de las escuelas Monetarista y Neoclásica.....	7
2.2.1 Escuela Monetarista.....	8
2.2.2 Escuela Neoclásica.....	9
3 Teoría de los Ciclos Económicos Reales	20
3.1 Supuestos y características generales.....	20
3.2 Ambiente económico	22
3.3 Descomposición de Series Temporales Mediante Filtros	28
3.3.1 Filtro Hodrick-Prescott	29
3.3.2 Filtros Band-Pass	30
3.4 Econometría Neoclásica	33
3.5 Límites y Crítica a la Teoría de los Ciclos Económicos Reales	35
4 Ejercicio de Simulación.....	39
4.1 El modelo.....	39
4.1.1 Hogares	40
4.1.2 Empresas	42
4.1.3 Estado Estacionario	44
4.1.4 Sistema Log-Linealizado	46
4.2 Calibración.....	48
4.3 Resultados: Funciones Impulso-Respuesta y Simulaciones	50
5 Conclusiones.....	55
Referencias.....	56
Anexo 1: Resolución del problema del hogar	60
Anexo 2: Resolución del problema de la empresa.....	62
Anexo 3: Ecuaciones de Estado – Estacionario	65
Anexo 4: Log-Linealización	68
Anexo 5: Programa de simulación.....	73

Anexo 6: Estimaciones MCO	76
Anexo 7: Simulaciones de las Series de Tiempo	79

Índice de Gráficos

Gráfico 1: Componentes de una Serie de Tiempo	5
Gráfico 2: Función Impulso-Respuesta de una variable económica	22
Gráfico 3: Función Impulso-Respuesta	50
Gráfico 4: Función Impulso-Respuesta con diferentes coeficientes rho	51
Gráfico 5: Función Impulso-Respuesta con diferentes coeficientes delta.....	52
Gráfico 6: Fluctuaciones observadas y simuladas.....	53

Índice de Tablas

Tabla 1: Clasificación de Principales Variables Macroeconómicas en Estados Unidos.....	7
Tabla 2: Formas funcionales más usuales en la literatura de la teoría de los Ciclos Económicos Reales	25
Tabla 3: Formas funcionales de la función de producción más utilizadas	26
Tabla 4: Condiciones de equilibrio para el problema del consumidor	42
Tabla 5: Condiciones de equilibrio para el problema de la empresa.....	43
Tabla 6: Condiciones de estado estacionario del sistema económico.....	44
Tabla 7: Ecuaciones de equilibrio de estado estacionario del sistema económico	46
Tabla 8: Ecuaciones de equilibrio de estado estacionario y log-linealizadas del sistema económico	47
Tabla 9: Calibración de parámetros	48
Tabla 10: Valores teóricos de equilibrio de estado estacionario	49
Tabla 10: Comparación de Momentos.....	54

Índice de Cuadros

Cuadro 1: Esquema General de una Economía Cerrada	23
Cuadro 2: Mercado de Factores.....	28

1 Introducción

La teoría económica, a lo largo de su desarrollo, ha intentado explicar los fenómenos relacionados con la producción, el consumo y la distribución de los bienes y servicios que el ser humano necesita. En la búsqueda de esta explicación, una característica distintiva de la economía es la existencia de diversas escuelas de pensamiento, las cuales ofrecen explicaciones alternativas para un mismo problema. Uno de estos problemas económicos consiste en entender y explicar las fluctuaciones de una economía a lo largo del tiempo, es decir, las fluctuaciones de la producción agregada y demás variables económicas.

Antes de la Gran Depresión muchos autores desarrollaron teorías relativamente simples en comparación con las actuales, atribuyendo explicaciones específicas sobre la causa de las fluctuaciones. Varios de estos autores centraron sus esfuerzos a explicar las fluctuaciones cíclicas de la economía desde de la actividad en el sector agrícola. Otros encontraron explicaciones a partir de la oferta monetaria, el sub-consumo en la economía o los multiplicadores vinculados a la inversión.¹

Pero luego de la Gran Depresión de 1929, la teoría económica y el mundo experimentaron grandes cambios, y en particular dio origen al estudio moderno de las fluctuaciones económicas. Diversas teorías identificaron aspectos críticos que forman parte de la explicación de este fenómeno: cambios tecnológicos, expectativas, volatilidad de la inversión, multiplicadores del gasto, oferta monetaria, políticas públicas, incentivos a trabajar e invertir, competencia imperfecta, entre otros. Todos estos aspectos fueron semillas para las modernas teorías macroeconómicas (Knoop, 2015), las cuales incorporan explicaciones en un marco estructural del sistema económico.

Si bien, las explicaciones mencionadas se enmarcan dentro de las corrientes económicas ortodoxas vinculadas al pensamiento Monetarista, Neoclásico y de la Nueva Economía Keynesiana, las escuelas heterodoxas también plantean explicaciones para las fluctuaciones económicas a partir de sus esquemas conceptuales propios. Por ejemplo, Michal Kalecki, quien a la par de Keynes, desarrolló, desde un esquema marxista, una teoría basada en la demanda y la acumulación capitalista. Otros autores consideran que el interés en recuperar las ideas de Marx al debate macroeconómico cobró mayor relevancia luego de la Gran Depresión de 1929 (Sherman, 1967). En las últimas décadas del siglo XX, economistas heterodoxos como Anwar Shaikh también desarrollaron modelos inspirados en Marx, Keynes y Kalecki, los cuales rescatan el análisis dinámico y las ideas clásicas de los sistemas inherentemente expansivos, para explicar las fluctuaciones de una economía.

Sin embargo, la escuela ortodoxa, en su condición de pensamiento dominante, ha influenciado el desarrollo teórico y empírico a partir de la década de 1970, cuando la contrarrevolución monetarista empezó a ocupar relevancia no sólo para explicar el sistema económico, sino también para cambiar la forma en que se desarrolla la política económica. En este sentido, en este documento se plantea delimitar el estudio al análisis del pensamiento ortodoxo esperando tener una visión clara del estado del arte en la macroeconomía moderna convencional, quedando pendiente para futuras

¹ Para más detalle véase (Knoop, 2015, pp. 33–40).

investigaciones, el estudio del desarrollo específico sobre el aporte de autores como Michal Kalecki, Anwar Shaikh, Joseph Schumpeter, Friedrich Hayek, Karl Marx, Milton Friedman, John Maynard Keynes y los keynesianos, y la Nueva Economía Keynesiana. También se dejará de lado el análisis de la crisis desde la perspectiva financiera que es estudiada por varios economistas pertenecientes a las escuelas de la Nueva Economía Keynesiana y la Post-Keynesiana.

Por tanto, habiendo delimitado el trabajo hacia la corriente de pensamiento ortodoxa, el objetivo de investigación consiste en desarrollar y ejemplificar las características teóricas y prácticas de las fluctuaciones económicas a partir de la teoría de los Ciclos Económicos Reales entendiendo que es un punto de partida necesario para el desarrollo de posteriores investigaciones basadas en la corriente de pensamiento ortodoxo. Es decir, se pretende explicar teórica y conceptualmente las fluctuaciones económicas desde la mirada de la escuela de los Ciclos Económicos Reales diferenciándola de las teorías convencionales sobre fluctuaciones económicas que la preceden, pero forman parte de la corriente dominante como lo son la teoría Monetarista y Neoclásica. Se requiere entender el pensamiento de Finn Kydland y Edward Prescott entre otros, quienes además ganaron el Premio Nobel de Economía por su trabajo referido a las fluctuaciones económicas desde una perspectiva real y son considerados los principales iniciadores y propulsores de la teoría de los Ciclos Económicos Reales.

Se espera encontrar que las diferencias de la teoría de los Ciclos Económicos Reales respecto a las concepciones tradicionales de fluctuaciones económicas abarcan categorías teóricas-conceptuales y prácticas, teniendo en mente que la explicación de las fluctuaciones se basa en los mismos fundamentos al considerar que los Ciclos Reales son una extensión del pensamiento neoclásico. Para lograr el propósito central de explicar la teoría de los Ciclos Económicos Reales, se desarrollará un análisis teórico basado en la categorización y redefinición de conceptos, así como la exposición de las principales características de las teorías predecesoras que aportaron fundamentos para la consolidación de la agenda neoclásica. Por tanto, existe la necesidad de exponer la estructura teórica y conceptual sobre las fluctuaciones económicas en la escuela del Ciclo Económico Real haciendo evidente las diferencias y similitudes entre el pensamiento anterior, así como ejemplificar el funcionamiento de los modelos mediante el desarrollo de un modelo básico calibrado y simulado para la economía mexicana con base en información de estudios previos sobre esta temática.

El documento está estructurado de la siguiente manera. En la sección 2 se describen las ideas predecesoras a la teoría de los Ciclos Económicos Reales, para poder visualizar la evolución del pensamiento neoclásico teniendo como punto de partida el monetarismo de la década de 1970. Luego, en la sección 3 se discutirán los aspectos teóricos y conceptuales de la teoría de los Ciclos Económicos Reales haciendo hincapié en las redefiniciones de conceptos y la forma definir el ambiente económico en el cual se plantean los modelos. También se busca evidenciar las limitaciones y críticas hacia esta corriente de pensamiento. En la sección 4 se desarrolla un modelo básico con valores calibrados para México, de manera que puedan evidenciarse las fortalezas y debilidades de los modelos de equilibrio general dinámico y estocástico. Por último, se presentan las conclusiones con los principales hallazgos de esta teoría.

2 Contraste Teórico sobre las Fluctuaciones Económicas

2.1 Generalidades

El ciclo económico es uno de los fenómenos de la economía con más interés por parte tanto de los teóricos como de los responsables de la política económica. La investigación sobre los ciclos consiste en el estudio y entendimiento de los auges y recesiones que las economías experimentan de manera frecuente a lo largo del tiempo. En otras palabras, se busca entender las razones para la existencia periodos con crecimiento positivo y más aún las causas de crecimiento negativo.

Ya Keynes, presentaba su forma de entender este fenómeno cuando se refiere como:

“...movimiento cíclico queremos decir que, al progresar el sistema, por ejemplo, en dirección ascendente, las fuerzas que lo empujan hacia arriba al principio toman impulso y producen efectos acumulativos unas sobre otras, pero pierden gradualmente su potencia hasta que, en cierto momento, tienden a ser reemplazadas por las operaciones en sentido opuesto; las cuales, a su vez, toman impulso por cierto tiempo y se fortalecen mutuamente hasta que ellas también, habiendo alcanzado su desarrollo máximo, decaen y dejan sitio a sus contrarias (Keynes, 1936).”

Diferentes autores y escuelas de pensamiento presentan aproximaciones distintas unas de otras para explicar el fenómeno del ciclo económico. La revolución Keynesiana dio origen a la noción del rol de la política macroeconómica para poder afectar el sistema económico de manera tal que se puedan contrarrestar los efectos negativos de un periodo de contracción económica o aprovechar momentos de auge en el conjunto de la economía. Como señala Knoop (2015) la importancia del entendimiento de los ciclos económicos radica en comprender a priori éstos, ya que pueden resultar costosos en términos económicos y sociales, sobre todo en las fases recesivas. Por ejemplo, el costo se ve asociado a incrementos en tasas de homicidios y suicidios, mayores niveles de pobreza, tasas de divorcios y otras formas de medición del bienestar de la sociedad.

Este trabajo iniciará con ciertas convenciones conceptuales que luego serán complementadas a la luz de la teoría de los Ciclos Económicos Reales dado que no existe un consenso sobre las definiciones de las categorías a tratar. Dentro de la escuela ortodoxa, la definición más utilizada de ciclo económico viene influenciada por el trabajo de Burns y Mitchell (1946):

“Ciclo económico² es un tipo de fluctuación encontrada en la actividad económica agregada de las naciones que organizan su trabajo principalmente basadas en empresas de negocios: un ciclo consiste en expansiones que ocurren aproximadamente al mismo tiempo en

² Se optó por entender “*business cycle*” como “ciclo económico” o “fluctuación económica” en lugar de la traducción literal de “ciclo de negocios” o “ciclo de empresas”. Se realiza esta interpretación por considerar que el estudio se refiere a economías capitalistas las cuales basan su desarrollo con base a las empresas de negocios, por lo cual resultaría redundante en la traducción para definir el concepto.

muchas actividades económicas, seguidas por recesiones, contracciones, y recuperaciones igual generales las cuales surgen en una fase de expansión en el siguiente ciclo; esta secuencia de cambios es recurrente pero no periódica...”³

Destaca que los ciclos son fenómenos recurrentes, pero no periódicos, es decir, que no siguen un patrón regular y predecible, dicho de otra forma, los ciclos económicos varían considerablemente en tiempo y tamaño. Es por esta razón en adelante utilizaré el término “fluctuaciones económicas” para expresar con mayor precisión el sentido que Burns y Mitchell (1946) dieron en su definición.

La clasificación más utilizada sobre las fases de las fluctuaciones económicas establece que las mismas no son simétricas y consisten en:

- Recuperación o expansión
- Recesión o contracción.

Sus valores extremos son:

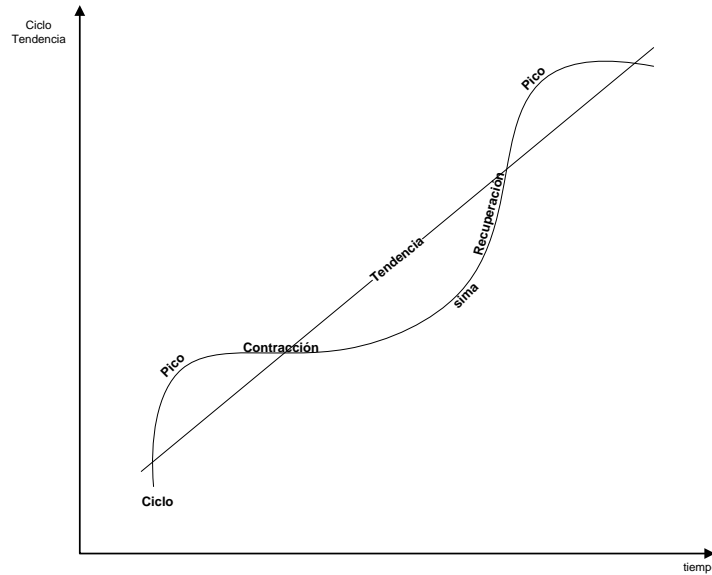
- Auge, pico o máximo
- Depresión, sima o mínimo.

Es decir, las fluctuaciones económicas son una secuencia de fases recurrentes donde el punto máximo de una expansión es aquel donde la producción agregada alcanza su máximo nivel antes de empezar a declinar. A continuación, le sigue una recesión que es entendida como momento en que sucede un declive significativo en la actividad económica que se esparce a toda la economía y puede durar entre unos meses a un año. El punto mínimo en el cual el PIB alcanza su nivel mínimo antes de crecer nuevamente se conoce como depresión.⁴ El Gráfico 1 ejemplifica estos conceptos:

³ Traducción libre del inglés.

⁴ Knoop (2015) Señala que no existe una definición formal de una depresión, y que una definición informal es: “una contracción económica en la cual el producto cae más de 10%”. Sin embargo, se tomará como válida la aportación de Argandoña, Gámez, y Mochón (1997) para equipararla al punto mínimo.

Gráfico 1: Componentes de una Serie de Tiempo



Fuente: Elaboración propia con base en (Argandoña, Gámez, y Mochón, 1997)

Un aspecto muy importante en la visión tradicional de las fluctuaciones económicas es que éstas se encuentran oscilando alrededor de una tendencia de largo plazo. Esta concepción de fluctuaciones senoidales en torno a una tendencia se debe a los estudios del NBER⁵ y su influencia, ya que su objetivo es medir la duración, amplitud y puntos de quiebre de las series observadas (Arnold, 2002). La concepción de Burns y Mitchell (1946), equivalente al NBER, sobre las fluctuaciones económicas, es cuantitativa y de medición de la economía, más que el entendimiento de los procesos internos del sistema económico. La visión tradicional sobre las fluctuaciones consiste en utilizar los mecanismos estadísticos para descomponer una serie de tiempo entre los componentes de tendencia secular, cíclico, estacional e irregular. Teóricamente, se asocia a situaciones de desequilibrio en el corto plazo y equilibrio en el largo plazo.

Como menciona Young (2014), es interesante resaltar que el trabajo de Burns y Mitchell de 1946 recibió varias críticas, entre las más importantes están las de Shaw (1947) y Hurwicz (1947). Siguiendo el análisis de Young, para Shaw el trabajo de Burns y Mitchell ni construyó ni probó ser un modelo de inestabilidad económica (o inestabilidad de los negocios), tampoco el título sobre el macro-análisis coincidía con el contenido micro-analítico. Young menciona que para Hurwicz, el trabajo sobre la medición de los ciclos económicos despreciaba el trabajo tanto de la teoría económica como de la econometría. Se identificó que Burns y Mitchell no utilizaron las herramientas, terminología y notación de la inferencia estadística moderna. Pese a estas críticas, el trabajo de Burns y Mitchell es una de las publicaciones más influyentes y vigentes para la medición de las

⁵ National Bureau of Economic Research. Es una organización estadounidense sin fines de lucro y no partidista dedicada a conducir la investigación científica y la difusión de sus resultados entre la academia, los responsables de política económica y los profesionales de negocios.

fluctuaciones económicas, siendo las publicaciones del NBER la referencia para aplicaciones en economía.

Respecto a la perspectiva matemática, Frisch (1933) sugiere que las fluctuaciones de la economía pueden ser modeladas a partir de ecuaciones en diferencias estocásticas de segundo orden (Arnold, 2002). Una ecuación en diferencias de segundo orden tiene como solución, entre las diferentes posibilidades, una onda senoidal distribuida, o lo que es equivalente a una serie de tiempo con variabilidad, persistencia y reversión. En otras palabras, la concepción de ciclo o fluctuación que ha sido descrita corresponde a la visión tradicional y usual en economía. Para ampliar esta visión, se presenta una ecuación con las propiedades ideales necesarias:

$$y_t + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} = \epsilon_t \quad (1)$$

Donde a_1 y a_2 son constantes y ϵ_t está distribuida independiente e idénticamente con media cero. Es decir que la parte no homogénea de la ecuación corresponde a un término con propiedades estadísticas estocásticas. Las propiedades de esta ecuación son compatibles con las proposiciones teóricas ortodoxas de la escuela monetarista, en el sentido que generan resultados oscilatorios, y en general la concepción de fluctuación económica, como la presentada en el Gráfico 1. Es decir, fluctuaciones senoidales alrededor de un valor tendencial o promedio de largo plazo.

Así mismo, ciertos valores de los coeficientes pueden resultar en ecuaciones no-oscilatorias que son más compatibles con las ideas neoclásicas y sobre todo con la concepción de la teoría de los Ciclos Económicos Reales, la cual es considerada un quiebre en la evolución de la teoría ortodoxa, aspecto que será desarrollado más adelante.

Las fluctuaciones económicas entendidas bajo las ideas matemáticas de Frisch, y las estadísticas de Burns y Mitchell tienen como resultado la ampliación a otras variables macroeconómicas. Es en este punto que esta lógica de ondas senoidales alrededor de una tendencia es trasladada al consumo, la inversión, las compras del gobierno, las exportaciones, las importaciones, el empleo, entre otras. Por tanto, se establece el nivel de producto agregado como la variable de comparación central con la cual se comparan el resto de las variables mencionadas.

A partir de ese análisis, se dice que una variable es pro-cíclica cuando las desviaciones respecto a su tendencia tienen una correlación positiva respecto a las desviaciones que tiene el PIB respecto a su tendencia. De manera análoga, se dice que una variable es contra-cíclica cuando la correlación es negativa y, es cíclica⁶ cuando la correlación es nula. Respecto al tiempo en que se desarrollan estas fluctuaciones entre variables macroeconómicas respecto al PIB, se denomina como indicador líder a una variable que alcanza los puntos máximos y mínimos antes que el producto agregado y, se denomina indicador rezagado a la variable que alcanza los puntos máximos y mínimos después del PIB. Por último, el indicador coincidente, es aquel que alcanza los puntos máximos y mínimos al mismo tiempo que el PIB. Por lo tanto, se tienen movimientos similares u opuestos al PIB (pro-cíclico,

⁶ También puede utilizarse el término de a-cíclico.

contra- cíclico) y movimientos temporales anticipados o retardados al PIB (indicador líder, indicador rezagado).

Tabla 1: Clasificación de Principales Variables Macroeconómicas en Estados Unidos

VARIABLE	DIRECCIÓN	TIEMPO
Gastos		
Consumo	Pro-cíclico	Coincidente
Inversión	Pro-cíclico	Líder
Compras del Gobierno	Contra-cíclico (Países ricos) Cíclico (Países pobres)	-
Exportaciones Netas	Contra-cíclico	Rezagado
Variables del Mercado de Trabajo		
Desempleo Total	Contra-cíclico	Rezagado
Duración del Desempleo	Contra-cíclico	Rezagado
Bono de Desempleo Inicial	Contra-cíclico	Rezagado
Salarios Reales	Inconsistente	Inconsistente
Oferta de Dinero e Inflación		
Oferta de Dinero (M1)	Pro-cíclico	Líder
Deflactor implícito del PIB	Pro-cíclico	Rezagado
Inflación del Índice de Precios al Consumidor	Pro-cíclico	Coincidente
Variables Financieras		
Tasas de interés de Corto plazo	Pro-cíclico	Líder
Tasas de interés de Largo plazo	Pro-cíclico	Líder
Precios de la Bolsa	Pro-cíclico	Líder
Beneficios Corporativos	Pro-cíclico	Líder
Capacidad y Productividad		
Capacidad de Utilización	Pro-cíclico	Líder (punto máximo) Rezagado (punto mínimo)
Productividad	Pro-cíclico	Líder
Expectativas		
Índice de Confianza del Consumidor	Pro-cíclico	Líder

Fuente: Knoop (2015).

2.2 Ideas precursoras: Aportes de las escuelas Monetarista y Neoclásica

En este trabajo se pretende describir y comprender las características teóricas y conceptuales de la teoría de los Ciclos Económicos Reales, que en el presente es una de las corrientes de pensamiento ortodoxo más influyentes en la ciencia económica. Para este propósito, es necesario revisar y analizar los aportes teóricos de la escuela monetarista y neoclásica por sus aportes a la construcción de la teoría de los Ciclos Económicos Reales.

2.2.1 Escuela Monetarista

Luego de la revolución de la escuela Keynesiana,⁷ se abrió un gran debate respecto al rol de las autoridades económicas para influir en la economía agregada de modo de minimizar una recesión o maximizar una expansión. Como menciona Knoop (2015), para los keynesianos, existen dos características muy importantes en la economía. En primer lugar, se dieron cuenta que los bancos centrales son instituciones independientes que pueden conducir sus políticas sin restricciones externas. En segundo lugar, la Curva de Phillips evidenciaba una relación inversa entre inflación y desempleo, aspecto que sustenta la idea de la necesidad de estabilización de la economía a partir de la política económica, puntualmente del estímulo de la demanda agregada y la idea de la no-neutralidad del dinero.

La escuela monetarista surge como respuesta contra las ideas centrales keynesianas y plantea reinsertar los principios clásicos con ciertas variaciones. Para esta escuela, el dinero es neutral en el largo plazo, aceptando que en el corto plazo existan efectos reales provenientes de variables monetarias, dando origen a las fluctuaciones económicas provenientes de la demanda. Sin embargo, la causa de dichos movimientos oscilatorios en la economía es distinta y el mecanismo novedoso respecto a la economía keynesiana desarrollada hasta ese entonces.

Como destaca Knoop (2015), existen tres aspectos centrales en la escuela monetarista necesarios para entender las fluctuaciones económicas. En primer lugar, se postula la noción de que los precios y salarios son flexibles, pero se incorpora la información imperfecta en la oferta de dinero. A partir de este supuesto, los monetaristas dan origen a la idea sobre la formación de expectativas adaptativas, aspecto que define la forma en que los individuos realizan sus previsiones económicas para el futuro. Esta formación de expectativas se refiere a que el nivel de precios que los individuos esperan para el futuro está determinado por los valores pasados, es decir, que los agentes observan los valores pasados del nivel de precios para definir el nivel de precios futuro, ya sea en el mercado de bienes o en el mercado de trabajo. Por lo tanto, los desequilibrios se originan por los errores en las expectativas desarrolladas en un mercado perfectamente competitivo. Bajo esta idea, los errores cometidos por los agentes tienen dos componentes, uno aleatorio y otro estructural, siendo este último el más importante ya que es acumulado a lo largo del tiempo.

El segundo aspecto importante para entender las fluctuaciones a partir de la escuela monetarista corresponde al surgimiento de la idea de la tasa natural del producto, entendido como un nivel de la economía donde no existen choques inesperados de la demanda, específicamente choques en la oferta de dinero. Bajo esta idea, surge la noción de la neutralidad del dinero sólo en el largo plazo, por lo que, en el corto plazo, los agentes cometen errores sistemáticos a medida que observan el comportamiento errático de la oferta de dinero. Por tanto, los monetaristas plantean la redefinición del rol de la política monetaria, debido a que incrementa la volatilidad de la economía en lugar de reducirla, provocando que la formación de expectativas futura sea errónea.

⁷ Existe un debate referido a la distinción de las ideas de John Maynard Keynes y las ideas de la escuela Keynesiana, entendiendo que las segundas se refieren a una interpretación de la Teoría General. La versión más conocida de lo que puede llamarse escuela neo-keynesiana viene dada por el modelo IS-LM.

Como último aspecto, la escuela monetarista retoma la teoría cuantitativa del dinero como parte de su núcleo teórico, en sustitución a la formulación keynesiana de la demanda agregada a partir de la suma de las demandas por consumo, inversión y gasto de gobierno. La teoría cuantitativa, establece una relación inversa entre precios y producción agregada. En otras palabras, se retoma la relación entre cantidad de dinero en circulación (M) y el nivel nominal agregado gastado en una economía ($P \cdot Y$):

$$M \cdot V = P \cdot Y \quad (2)$$

En este sentido, las fluctuaciones son un fenómeno de corto plazo que se refieren a oscilaciones o desviaciones en torno a un nivel tendencial que es equivalente a la tasa natural del producto. Planteadas de esta forma, las fluctuaciones económicas tienen origen en la demanda agregada, choques de la oferta monetaria, y se propagan en el sistema a partir de los errores de los agentes al momento de formar sus expectativas futuras ya que las expectativas son rígidas pero los precios flexibles. Matemáticamente, el modelo sigue las nociones planteadas por Frisch, es decir, las fluctuaciones económicas son desviaciones temporales de una medida tendencial.

Arnold (2002) resume que, en el largo plazo, la administración de la demanda es considerada inútil debido a los factores de la oferta, los cuales fueron ignorados por los keynesianos, y son estos factores de oferta los cuales determinan la tasa natural de la producción agregada y el empleo. En otras palabras, en el largo plazo, no se puede alterar el producto, y en el corto plazo la política monetaria genera una mayor volatilidad en la economía que es propagada por los errores en la formación de expectativas de los agentes. Los periodos de recesión son aquellos donde el crecimiento del dinero se encuentra por debajo del nivel anticipado y viceversa, los periodos de expansión corresponden a aquellos donde el crecimiento del dinero está por encima del nivel anticipado. Es decir, que las fluctuaciones provienen de las rigideces en las expectativas y no en los precios como argumentan los keynesianos.

Este planteamiento derivó en las recomendaciones de Friedman (1968) sobre el rol de la política monetaria haciendo explícitos sus límites. Las tres cosas que un Banco Central no puede hacer son, controlar el producto agregado, el desempleo y la tasa de interés en el largo plazo; la política monetaria no determina el largo plazo. Por otro lado, el Banco Central si puede prevenir que los cambios de la oferta monetaria contribuyan a las fluctuaciones de la demanda agregada, que se alcance la estabilidad de precios y sí puede ser utilizada para minimizar las perturbaciones económicas mayores.

2.2.2 Escuela Neoclásica

La escuela Neoclásica nace en la década de 1960 como una evolución del pensamiento monetarista y neoclásico ortodoxo (Rodríguez y Venegas, 2011). Los aportes de Lucas, Muth, entre otros, son categorizados por Snowdon y Vane (2005) como la primera etapa de los modelos Neoclásicos, siendo el posterior desarrollo de estas bases teóricas las fundamentales para lo que posteriormente será bautizado como teoría de los Ciclos Económicos Reales.

2.2.2.1 Las expectativas racionales

Como señala Knoop (2015), existe una inconsistencia dentro las escuelas keynesiana y monetarista sobre cómo se concibe la formación de expectativas. Para los primeros, las expectativas se forman a partir de los espíritus animales, es decir aspectos completamente exógenos al sistema económico, que se expresan en la volatilidad de la inversión, en un caso extremo puede referirse a expectativas estáticas. Por otro lado, para los monetaristas las expectativas se forman de forma adaptativa y por tanto las fluctuaciones económicas son una expresión de la rigidez de dichas expectativas y los movimientos en la oferta monetaria, es decir en la demanda agregada.

Para la escuela neoclásica la inconsistencia, respecto a las escuelas monetarista y keynesiana, se refiere a que los agentes se comportan de una forma específica en una situación y de otra diferente cuando se trata de las expectativas. El fundamento de la economía ortodoxa es la elección racional, donde los consumidores y productores toman sus decisiones basadas en la maximización de utilidad y beneficio respecto a sus restricciones presupuestal y tecnológica. Por otro lado, cuando se trata de la formación de expectativas, los agentes no son racionales y basan sus decisiones en los espíritus animales, en el pasado o en las expectativas adaptativas como proponen las escuelas keynesiana y monetarista respectivamente.

Muth (1961) es el primer autor en introducir la noción de formación de expectativas racionales, esta hipótesis afirma que la economía generalmente no desperdicia información, y las expectativas dependen específicamente de la estructura de todo el sistema. La hipótesis del autor afirma tres cosas: (1) La información es escasa, y el sistema económico generalmente no desperdicia esta información. (2) El modo en que se forman las expectativas depende específicamente de la estructura del sistema relevante que describe la economía. (3) Una “predicción pública” en el sentido de Grunberg y Modigliani (1954),⁸ no tendrá un efecto sustancial en el funcionamiento del sistema económico. En palabras de Rodríguez y Venegas (2011) esta hipótesis formula que los agentes conocen el modelo de determinación de expectativas y por lo tanto utilizan toda la información disponible de forma eficiente. Es decir, los agentes basarán sus decisiones mirando tanto atrás (como las expectativas adaptativas) pero también mirando hacia adelante (Knoop, 2015). Por ejemplo, para el nivel de precios esperado, se puede expresar formalmente como:

$$P_t^e = E[P_t|I_t] \quad (3)$$

Donde: P_t = Nivel de precios observado

P_t^e = Nivel de precios esperado

I_t = Información disponible

Cuando nos referimos a toda la información disponible, es necesario señalar que el concepto está compuesto por dos aspectos importantes (Knoop, 2015):

⁸ Una predicción pública puede entenderse como la situación donde los agentes actúan de forma diferente a la modelada cuando la información de pronóstico se hace pública. Los agentes reaccionan ante una predicción pública y su reacción puede alterar el curso de los eventos. Es deseo de las ciencias sociales mostrar que la predicción pública correcta tiene al menos una distribución normal. Una predicción pública correcta será posible si es aceptada la posibilidad de la predicción privada correcta.

- a) Todos los datos (pasados y futuros) que tienen un costo para obtenerse y se conoce públicamente cómo afectarán las variables bajo las cuales los agentes forman sus expectativas.
- b) El modelo económico y cómo interactúan las diferentes variables. Es decir que los agentes sí entienden cómo interactúan las variables.

Con la sustitución de las expectativas adaptativas por las expectativas racionales, se elimina el componente estructural de los errores cometidos por los agentes al momento de realizar predicciones, quedando únicamente el componente aleatorio con media cero y se elimina la incoherencia interna homogeneizando el comportamiento racional a todas las decisiones de los agentes, ya sean respecto a la elección de consumo, producción, trabajo y, también a la formación de expectativas.

Habiendo realizado la crítica a la escuela monetarista, las fluctuaciones económicas con expectativas racionales son concebidas como desviaciones temporales de la tasa natural del producto que son causadas por cambios no anticipados o sorpresivos en la demanda agregada. Según Knoop (2015), estas sorpresas tienen tres causas. Primero, existe el rezago en entre la obtención, revisión y la publicación de la información, es decir una brecha de disponibilidad de información. En segundo lugar, el Banco Central puede realizar ajustes a sus políticas, aspecto que no será anticipado por los agentes. Por último, el funcionamiento de los Bancos Centrales puede ser susceptible a cierto secretismo o discrecionalidad en su funcionamiento y sus procedimientos, lo cual conlleva a la dificultad para interpretar sus acciones de manera inmediata.

La implicancia fundamental sobre la formación de expectativas racionales tiene que ver con la predicción del proceso económico por parte de los agentes. Sin una comprensión racional del sistema económico, la predicción sería imposible ante cambios en las condiciones económicas bajo cualquier circunstancia. Esta proposición es conocida como la Crítica de Lucas, la cual establece que la predicción basada en datos del pasado (expectativas adaptativas) sería irrelevante. Por lo tanto, la búsqueda por la estabilización a partir de la política económica podría resultar peligrosa en tanto que basa sus decisiones en predicciones del futuro equivocadas.

Lucas (1976) realiza una crítica sobre la necesidad de una revisión a la tradición econométrica para obtener estimaciones de parámetros. En su criterio, las características que permiten un éxito en el pronóstico en el corto plazo no están vinculadas con la evaluación cuantitativa de la política económica y, por lo tanto, las simulaciones utilizando los modelos tradicionales econométricos simplemente no proveen información útil para evaluar las consecuencias de políticas económicas alternativas de largo plazo. La relevancia de esta crítica no sólo evidencia la brecha existente entre las recomendaciones de la teoría económica y la evidencia empírica obtenida a partir de la econometría tradicional, sino también evidencia que las sugerencias obtenidas por parte de la teoría de la política económica pueden ser inútiles ya que se basan en evidencia errónea.

En otras palabras, la Crítica de Lucas consiste en cuestionar los valores de los parámetros que han sido obtenidos por medio de la econometría tradicional considerando que dichos valores no son los verdaderos sino aproximaciones al valor real y que a medida que se aumenta la información estos

valores cambian. El problema se encuentra cuando se requiere dar recomendaciones de política basadas en esos valores, los cuales no son los correspondientes al largo plazo.

La formación de expectativas racionales y la Crítica de Lucas son dos aspectos centrales de la teoría neoclásica que serán incorporados en la teoría de los Ciclos Económicos Reales, debido a que se constituye en una teoría con coherencia interna dentro de los cánones de la escuela neoclásica.

2.2.2.2 Crecimiento económico

Luego de la aproximación de Harrod-Domar entre 1939 y 1948, la teoría del crecimiento se inclinó por una explicación neoclásica dada por el modelo Meade-Solow-Swan en las décadas de los años 1950-1960 (Young, 2014). A partir de ese momento, la teoría del crecimiento económico es un aspecto fundamental en el desarrollo de la escuela neoclásica. El propósito inicial de Solow (1956) consiste en generar una explicación teórica donde se puedan eliminar las proporciones fijas establecidas por Harrod y Domar. En su artículo *"A contribution to the theory of economic growth"*, el autor considera que una teoría exitosa es aquella que consigue postular supuestos simplificadores de manera que los resultados no sean muy sensibles a estos supuestos, poniendo énfasis en que un supuesto crucial o clave es aquel en donde las conclusiones dependan de la sensibilidad, por lo que estos supuestos deberán ser realistas. Por tanto, cuando los resultados de una teoría recaen en un supuesto crucial, si este supuesto es dudoso también lo serán sus resultados, aspecto que cuestiona en el trabajo de Harrod y Domar (Solow, 1956). En esta línea, se pueden destacar tres aportes fundamentales del trabajo de Solow que repercutieron en las teorías posteriores dentro de la escuela neoclásica. El primer aporte está relacionado con la función de producción, el segundo aporte tiene que ver con la especificación funcional de la función de producción y, por último, el aporte que explica el papel cambio tecnológico, así denominado por Solow.

En primer lugar y respecto a la función de producción, Solow (1956) plantea un modelo de crecimiento de largo plazo donde se acepten los supuestos de Harrod-Domar, excepto las proporciones fijas⁹ y propone que un bien único compuesto es producido por la combinación de trabajo y capital expresadas en unidades físicas. Por lo tanto, se define que existe una sola mercancía, la cual es consumida y el resto es ahorrada e invertida en un momento del tiempo:

$$Y(t) = C(t) + I(t) \quad (4)$$

Donde: $Y(t)$ = Producto

$C(t)$ = Consumo

$I(t)$ = Inversión

El ahorro corresponde a una fracción constante s del producto la cual es invertida en la acumulación del insumo capital $K(t)$ a través del tiempo:

$$\dot{K} = sY \quad (5)$$

⁹ Para referirse al ratio capital-producto esencial para el modelo Harrod-Domar.

Donde: $\dot{K} = \frac{dK(t)}{dt(t)}$

La combinación de dos insumos, el capital que es acumulado a lo largo del tiempo $K(t)$ y el trabajo $L(t)$ resultan en la producción agregada. Las posibilidades tecnológicas para alcanzar diferentes niveles de producción agregada se representan por una función de producción:

$$Y = F(K, L) \quad (6)$$

Y se entiende que el producto neto respecto a la depreciación es el resultado de la combinación de trabajo y capital expresadas en unidades físicas.

Para muchos autores, la tecnología neoclásica reflejada en la función de producción es la base para la teoría del crecimiento, los modelos de los Ciclos Económicos Reales y de la escuela de la Nueva Economía Keynesiana (McCandless, 2008). El supuesto crítico de esta relación es que la función tiene retornos constantes a escala,¹⁰ y por tanto es una función de primer grado y cumple las condiciones de Inada (Argandoña, Gámez, y Mochón, 1997).¹¹

Ahora, reemplazando la función de producción de la ecuación (6) en la ecuación de inversión y ahorro definida por la ecuación (5) se tiene:

$$\dot{K} = sF(K, L) \quad (7)$$

La ecuación (7) expresa cómo una fracción de la producción agregada expresada en una combinación de trabajo y capital es equivalente a la acumulación de capital en el tiempo. Sin embargo, es una ecuación con dos incógnitas, las cuales pueden ser obtenidas si se incluyen ecuaciones de oferta y demanda¹² de trabajo para poder cerrar el sistema de ecuaciones. Es decir,

¹⁰ Solow (1956) considera que los retornos constantes a escala es un supuesto natural para formular una teoría del crecimiento. Este supuesto equivale a suponer que no existe escasez de recursos no-aumentables como la tierra. En caso de admitir escasez en la tierra, puede conducir a retornos decrecientes a escala en ambos insumos y por tanto el modelo se vuelve de tipo Ricardiano.

¹¹ Las cuales pueden ser expresadas formalmente como:

- 1) Para todo $K > 0$ y $L > 0$, los productos marginales del capital (F_K) y del trabajo (F_L) son positivos y decrecientes

$$\text{Para todo } K > 0 \text{ y } L > 0 \begin{cases} F_K > 0 \text{ y } F'_K < 0 \\ F_L > 0 \text{ y } F'_L < 0 \end{cases}$$

- 2) La función producción presenta rendimientos constantes a escala

$$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L) \text{ para todo } \lambda > 0$$

- 3) El producto marginal de un insumo (capital o trabajo) se aproxima a infinito a medida que el volumen de insumo (capital o trabajo) tiende a cero, y se aproxima a cero conforme el volumen de insumo (capital o trabajo) se acerca a infinito

$$\begin{aligned} \lim_{K \rightarrow 0} (F_K) &= \lim_{L \rightarrow 0} (F_L) = \infty \\ \lim_{K \rightarrow \infty} (F_K) &= \lim_{L \rightarrow \infty} (F_L) = 0 \end{aligned}$$

¹² La demanda de trabajo se expresa como la igualdad entre el salario real y la productividad marginal física del trabajo.

el resultado en el mercado de trabajo y la acumulación del acervo de capital en el tiempo, se combinan para la obtención de la producción agregada en un sistema de ecuaciones.

Para continuar con la lógica de Harrod y Domar, explica Solow, se define que el crecimiento de la población crece de manera exógena al modelo propuesto a una tasa constante n para expresar la oferta de trabajo disponible:

$$L(t) = L_0 e^{nt} \quad (8)$$

La ecuación (8) de la oferta de trabajo muestra que el crecimiento exponencial de la fuerza de trabajo permitirá una curva de oferta de trabajo completamente inelástica, una curva vertical. Por otro lado, la demanda de trabajo viene dada por la relación:

$$\frac{\partial F(K, L)}{\partial L} = w \quad (9)$$

Donde w es el salario real.

Combinando la ecuación de oferta de trabajo $L(t) = L_0 e^{nt}$ y la dinámica de acumulación del capital $\dot{K} = sF(K, L)$ se obtendrá la situación final de equilibrio para el proceso dinámico de capital:

$$\dot{K} = sF(K, L_0 e^{nt}) \quad (10)$$

El principal resultado de esta primera aproximación tiene que ver con el resurgimiento de la idea del pleno empleo mantenido perpetuamente y, por tanto, el patrón que seguirá el capital acumulado a lo largo del tiempo, que será determinado por las tasas exógenas de ahorro y de crecimiento de la población.

Si expresamos el capital en términos per-cápita podremos obtener la ley de movimiento del capital:¹³

$$\dot{k} = sF(k) - nk \quad (11)$$

¹³ Si $k = \frac{K}{L}$ entonces:

$$\begin{aligned} K &= kL \\ K &= kL_0 e^{nt} \end{aligned}$$

Diferenciando respecto al tiempo:

$$\begin{aligned} \dot{K} &= \dot{k}L_0 e^{nt} + nkL_0 e^{nt} \\ \dot{K} &= (\dot{k} + nk)L_0 e^{nt} \end{aligned}$$

Igualando $\dot{K} = (\dot{k} + nk)L_0 e^{nt}$ con $\dot{K} = sF(K, L_0 e^{nt})$ se tiene que:

$$\begin{aligned} (\dot{k} + nk)L_0 e^{nt} &= sF(K, L_0 e^{nt}) \\ (\dot{k} + nk) &= \frac{sF(K, L_0 e^{nt})}{L_0 e^{nt}} \\ \dot{k} + nk &= sF(k, 1) \\ \dot{k} &= sF(k) - nk \end{aligned}$$

Donde: $k = \frac{K}{L}$

La ecuación establece que la tasa de cambio del capital per-cápita depende de dos aspectos, del incremento del capital y del crecimiento de la oferta de trabajo. De este análisis se encuentra que la situación de estado estacionario o de reposo de la economía, es aquella donde $\dot{k} = 0$, es decir que el capital per-cápita es constante y la expansión del capital es igual al crecimiento de la oferta de trabajo. Esa igualdad determina un valor de equilibrio k^* estable:

$$sF(k^*) = nk^* \quad (12)$$

El segundo aporte importante de Solow a la teoría neoclásica está vinculado con la forma funcional de la producción. Solow plantea o sugiere que la forma específica de la función de producción que cumple con la estabilidad de un solo punto k^* es la función de producción Cobb-Douglas, que además cumple con las condiciones de Inada ya mencionadas. Concretamente, esta función es:¹⁴

$$Y = K^\alpha L^{1-\alpha} \quad (13)$$

Esta es la forma específica de la función de producción más popular en la escuela neoclásica y es por supuesto, muy utilizada en la Teoría de los Ciclos Económicos Reales que será analizada más adelante.

El tercer aporte de Solow a la noción neoclásica de crecimiento, y posteriormente de ciclo (o fluctuación), se refiere al cambio tecnológico. Solow (1957) se refiere a este término para expresar cualquier tipo de desplazamiento en la función de producción. Por ejemplo, se hace referencia explícita a ciertos periodos de ralentización o aceleración de la economía, mejoras en la educación de la fuerza de trabajo entre otros. Otros autores como Knoop (2015), apuestan por cambios en la función de producción que permita incrementar la producción con la misma cantidad de trabajo y capital o tecnologías que permitan incrementar la cantidad requerida de trabajo y capital. También se mencionan los cambios en los precios de los insumos, variaciones impositivas y en la regulación de gobierno, cambios demográficos, entre otros.

La formulación original de Solow (1957) consiste en incorporar a la función de producción el cambio tecnológico para demostrar cómo este cambio se relaciona con la variación de la producción agregada per-cápita a lo largo del tiempo. En otras palabras, la dinámica de la acumulación de capital per cápita ($k = \frac{K}{L}$) depende de cómo se comporte la producción per-cápita ($y = \frac{Y}{L}$) en el tiempo, la cual estará determinada por los cambios tecnológicos. El planteamiento formal viene dado por:

$$Y = A(t)F(K, L) \quad (14)$$

¹⁴ Solow además muestra los resultados que se obtendrían a partir de funciones de proporciones fijas como el caso de Harrod-Domar y familias de funciones de producción con retornos constantes a escala.

Esta definición de la producción con cambio técnico es neutral¹⁵ en el sentido que mantiene la tasa marginal de sustitución entre factores inalterada.¹⁶ Diferenciando (14) respecto al tiempo:

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + \left(\frac{\partial Y}{\partial K} \cdot \frac{K}{Y} \right) \frac{\dot{k}}{k} + \left(\frac{\partial Y}{\partial L} \cdot \frac{L}{Y} \right) \frac{\dot{L}}{L} \quad (15)$$

Donde: $\left(\frac{\partial Y}{\partial K} \cdot \frac{K}{Y} \right)$ = participación del capital

$\left(\frac{\partial Y}{\partial L} \cdot \frac{L}{Y} \right)$ = participación del trabajo¹⁷

Re-expresando en términos per-cápita:

$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{A}}{A} + \left(\frac{\partial Y}{\partial K} \cdot \frac{K}{Y} \right) \frac{\dot{k}}{k} \quad (16)$$

Por lo que el cambio tecnológico a través del tiempo es la forma en que se pueden explicar los desplazamientos de la función de producción. Eso es posible debido a que $\frac{\dot{y}}{y}$, $\left(\frac{\partial Y}{\partial K} \cdot \frac{K}{Y} \right)$ y $\frac{\dot{k}}{k}$ son valores conocidos por lo que es posible deducir el valor de $\frac{\dot{A}}{A}$ y consiguientemente $A(t)$.

Como parte del estudio empírico para el periodo 1909-1949 en Estados Unidos, Solow (1957) encuentra que el cambio técnico en ese periodo fue neutral en promedio y que la función de producción agregada corregida por el cambio técnico brinda una impresión diferente de los retornos decrecientes, pero que la curvatura no es violenta. Por tanto, la forma de separar los cambios de la función de producción agregada respecto a los cambios sobre la curva puede ser distinguida mediante el cambio tecnológico, ya que los desplazamientos sobre la curva estarán determinados por la dinámica de acumulación del capital.

En resumen, es interesante entender los aspectos del trabajo de Solow (1956) y Solow (1957) que son fundamentales en el desarrollo posterior de la teoría del Ciclo Real. Un primer aspecto consiste en definir la dinámica del capital, en segundo lugar, se encuentra la definición de la función Cobb-Douglas como la mejor representación de la función de producción que cumple tanto las condiciones de Inada como también el ajuste más adecuado de los datos con las relaciones económicas propuestas. En tercer lugar, la incorporación del cambio tecnológico como mecanismo para distinguir las variaciones en el producto por trabajador respecto a las variaciones del producto por cambios en la disponibilidad en el capital por trabajador. La combinación de estas tres ideas permite entender la determinación del crecimiento máximo que puede obtenerse en una economía.

¹⁵ También conocido como neutral-de-Hicks. Los casos no-neutrales son más complicados pero similares en resultados. El cambio tecnológico puede ser aumentador de capital [$Y = F(AK, L)$] o aumentador de trabajo [$Y = F(K, AL)$].

¹⁶ Solow (1957) analiza el periodo 1909 – 1949 para Estados Unidos.

¹⁷ Se sabe que la suma de la participación del capital y el trabajo es igual a la unidad:

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial K} \cdot \frac{K}{Y} \right) + \left(\frac{\partial Y}{\partial L} \cdot \frac{L}{Y} \right) = 1$$

En función a esas ideas centrales, la escuela neoclásica ha profundizado y mejorado el trabajo de Solow para internalizar dos aspectos fundamentales en la Teoría de los Ciclos Económicos Reales. Por un lado, se encuentra la determinación del ahorro de forma endógena al sistema y, por otro lado, se incorporó la noción de optimización dinámica y estocástica del sistema económico para encontrar patrones óptimos temporales que son objeto de choques aleatorios.

En primer lugar, la evolución neoclásica y como contribución a la teoría del crecimiento de Solow, Phelps (1961) propone un mecanismo para encontrar el mejor valor posible que corresponda al parámetro s que es una fracción constante del producto y es la proporción invertida en la acumulación de capital $K(t)$ en el tiempo. Es decir, encontrar el valor óptimo de la proporción s a partir de una regla y evitar utilizar un valor exógeno arbitrario. Para resolver esta interrogante, Phelps acuña el término de la “Regla de Oro de la Acumulación”, para referirse a la situación en donde la economía crece a una tasa natural óptima y, los ratios inversión-producto y de beneficio de la economía son constantes e iguales entre sí para crear el patrón de crecimiento balanceado o de largo plazo. En términos más sencillos, Young (2014) señala que la Regla de Oro consiste en encontrar el punto donde la tasa de retorno del capital iguala con la tasa de crecimiento de la población. Esta regla permite obtener la cantidad máxima de consumo en la economía en todo momento a lo largo del patrón de crecimiento balanceado (Romer, 2012).

Una vez establecida la noción de optimalidad con la “Regla de Oro de la Acumulación”, una segunda generación de modelos neoclásicos de crecimiento busca revelar cómo fue el paso de la noción de ahorro óptimo y máximo crecimiento propuestos por Solow y Phelps entre otros, para concluir en la explicación del crecimiento óptimo estocástico. Es decir, el desarrollo teórico neoclásico busca la microfundamentación de las decisiones agregadas en sistemas aleatorios.

La evolución del pensamiento de Solow en la segunda generación de modelos de crecimiento, se ve concretado con el modelo Cass-Koopmans-Ramsey, así planteado por Romer (2012)¹⁸, quien explica un modelo donde la dinámica de una economía agregada está determinada por las decisiones a nivel microeconómico, es decir que se concentró en el desarrollo de un modelo de crecimiento óptimo de un sector. A partir de este modelo se incorporan las preferencias de los consumidores y por tanto una noción de agregación a partir de decisiones individuales además de la endogenización de la tasa de ahorro que en el caso de Solow era un parámetro exógeno.

Cass (1965) demuestra que puede existir un único patrón de crecimiento óptimo y que su relación con el patrón establecido por la regla de oro pueden diferir. En su artículo “*Optimum Growth in a Agregative Model of Capital Accumulation*” elabora un modelo de economía cerrada con acumulación de capital y con la incorporación de una función de bienestar social que deberá ser maximizada. El aporte del autor consiste en introducir una función de utilidad con una tasa marginal decreciente de sustitución de bienestar entre generaciones, es decir, una función de utilidad con optimización inter-temporal.

¹⁸ Se refiere a la conjunción de ideas planteadas por los trabajos de Cass (1965), Koopmans (1963) y Ramsey (1928).

El criterio de bienestar está ligado con la noción que una parte de la producción de bienes finales es destinada al consumo, y la proporción restante al ahorro que es el motor para la inversión y consiguientemente a la acumulación de capital. La propuesta de Cass consiste en establecer una función de bienestar medida por un índice de utilidad que se construye a partir del consumo presente per-cápita $U(c(t))$ ponderada por la población en el tiempo t .¹⁹ Por tanto, el bienestar social asociado con algún tipo de patrón de crecimiento posible se da por una representación del bienestar total:

$$\int_0^{\infty} U(c(t)) \frac{L(t)}{\gamma} e^{-\rho t} dt \quad (17)$$

$$\frac{1}{\gamma} \int_0^{\infty} U(c(t)) e^{-\delta t} dt \quad (18)$$

Donde: $\delta = \rho - n > 0$

ρ = Tasa de descuento inter-temporal de bienestar

n = tasa de crecimiento de la población

γ = factor de escala de un individuo representativo en la población

De la ecuación se puede notar que la preferencia del consumo presente es mayor respecto al futuro, y que ésta debe ser mayor al crecimiento de la población. Por tanto, el aporte de Cass (1965) al análisis de crecimiento óptimo consiste en introducir una tasa marginal decreciente de sustitución inter-temporal de bienestar generacional.

La notable diferencia entre el modelo de Solow y el de Ramsey-Cass-Koopmans respecto al patrón de crecimiento balanceado es que en el segundo caso, no existe la posibilidad de crecimiento con un acervo de capital superior al establecido por la regla de oro (Romer, 2012). Al incluir una función de utilidad, y por tanto el comportamiento individual de los consumidores, se determina de manera óptima el nivel de consumo, ahorro e inversión como un proceso de optimización.

Posteriormente el modelo Brock-Mirman (1972) se constituye en el desarrollo de la teoría del crecimiento neoclásico para dar origen a la noción de crecimiento óptimo estocástico. Este modelo es el punto de partida para la macroeconomía empírica y además se considera que el modelo de los

¹⁹ Las características centrales de esta función de utilidad son:

- a) Utilidad marginal positiva pero decreciente (o alternativamente, una tasa marginal decreciente de sustitución entre dos generaciones cualesquiera):

$$U'(c) > 0$$

$$U''(c) < 0$$

Para todo $c > 0$

- b) Un patrón óptimo restringido al nivel de consumo per-cápita igual a cero:

$$\lim_{c \rightarrow 0} U'(c) = \infty$$

Ciclos Económicos Reales es una variación de este modelo. Young (2014) destaca que, el modelo Brock-Mirman es el punto de partida para entender la Teoría de los Ciclos Económicos Reales.

En el artículo "*Optimal Economic Growth and Uncertainty: The Discounted Case*", Brock y Mirman (1972) discuten cómo los modelos con crecimiento óptimo como los propuestos por Cass (1965) o Koopmans (1963) se basan en economías donde las soluciones de equilibrio están en puntos denominados "al filo de la navaja". Es decir, que cualquier perturbación sin importar lo pequeña que ésta sea, desemboca en inestabilidad del sistema, por lo que una economía por lo general se encontrará siempre en situaciones sub-óptimas respecto a las decisiones de consumo y la inversión.

La existencia de estas perturbaciones puede estar asociada a la incertidumbre sobre todas las variables ya sea por el desconocimiento de la función de producción puntal o decisiones que no sean exactas, en el sentido más estricto de la palabra. Es razonable pensar, por tanto, que las elecciones humanas no son del todo precisas y tienen un margen de error. Más aún, es posible esperar que los encargados de las decisiones de economía tienen una noción sobre el futuro algo menos que la certeza absoluta.

Ante estas preocupaciones, Brock y Mirman (1972) plantean la formulación de un modelo que preserva las nociones de estabilidad en el patrón de acumulación de capital óptimo con la inclusión de perturbaciones aleatorias. Los autores aseguran que, al incorporar incertidumbre al modelo, las conclusiones análogas al modelo determinístico Cass-Koopmans-Ramsey sobre los planes óptimos se mantienen, por lo que puede considerarse una sofisticación que amplía las características del modelo a más factores sin alterar los resultados fundamentales, entendiendo que el modelo determinístico es una aproximación de un modelo general.

3 Teoría de los Ciclos Económicos Reales

3.1 Supuestos y características generales

La teoría de los Ciclos Económicos Reales o RBC²⁰ por sus siglas en inglés, puede ser considerada una síntesis de todos los aportes de la agenda neoclásica. Se caracteriza por los siguientes elementos:²¹

- a) Equilibrio Walrasiano
- b) Fundamentos microeconómicos en el comportamiento de los agentes (empresas y hogares)
- c) La existencia de la tasa natural
- d) Expectativas racionales
- e) Información completa
- f) Preferencias estables
- g) Inexistencia de fricciones o ajustes en los costos
- h) Inexistencia del gobierno
- i) Inexistencia del dinero
- j) No dependencia serial en elementos estocásticos del ambiente
- k) La crítica de Lucas
- l) Crecimiento óptimo estocástico
- m) Desempleo voluntario
- n) Neutralidad del dinero

Si bien los componentes citados son varios, se trata de una teoría que puede verse como un resumen de las ideas de sus predecesores como Friedman y Lucas de las escuelas Monetarista y Neoclásica respectivamente, así como las ideas clásicas sobre la oferta como determinante del sistema económico. La teoría de los Ciclos Económicos Reales asume la hipótesis de la tasa natural postulando que ésta se mantiene en el largo y el corto plazo porque los mercados son perfectamente competitivos, los individuos poseen información perfecta y el dinero es neutral. De esta forma, se dejan de lado todas las teorías de fluctuaciones que explican los movimientos cíclicos a partir de la demanda.

Como parte de la agenda de la teoría de los Ciclos Económicos Reales, se realizan algunas reinterpretaciones a las nociones sobre las fluctuaciones económicas. En primer lugar, se modifica la forma de entender la visión tradicional²² de descomponer las variables económicas en los componentes secular²³ y cíclico²⁴, siendo el primero el asociado con el crecimiento de largo plazo y

²⁰ Real Business Cycles

²¹ (Rodríguez y Venegas, 2011) Respecto a la inclusión de aspectos monetarios, además se pueden mencionar la inclusión de:

- a) La curva de Phillips
- b) El problema de la inconsistencia dinámica de la política monetaria
- c) La incorporación exógena de la cantidad de dinero en la economía

²² Corresponde al planteamiento de Frisch respecto a fluctuaciones senoidales alrededor de una tendencia.

²³ Es un proceso no estacionario.

²⁴ Es un proceso estacionario.

el segundo componente con las fluctuaciones de corto plazo. Nelson y Plosser (1982) plantean que esta noción ha derivado en la práctica de la des-tendencialización asumiendo que el componente secular sigue una tendencia determinística. Sin embargo, si el movimiento del componente secular fuera estocástico, los modelos basados en ciclos obtenidos por procesos de des-tendencialización estarían mal especificados. Estos autores sostienen que las fuerzas dinámicas que conducen la tendencia de crecimiento y la variabilidad es de hecho una y es la misma fuerza dinámica, por lo que separar el ciclo y la tendencia es económicamente un sinsentido (Arnold, 2002). Entonces, es posible reformular la noción ciclo-tendencia a partir de una ecuación en diferencias estocástica con media positiva, de forma que se exprese tanto el crecimiento y las fluctuaciones. Esta idea puede ser descrita por la siguiente ecuación:

$$\Delta y_t = \gamma + \epsilon_t \quad (19)$$

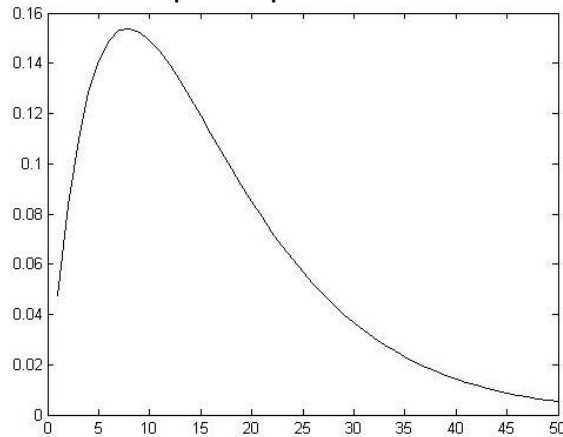
Dónde: γ = tasa de crecimiento promedio

Esta nueva forma de entender las fluctuaciones económicas es radical respecto a la concepción tradicional. Esto significa que los movimientos del PIB siguen un proceso de caminata aleatoria con deriva y, por tanto, si los choques de productividad por cambio tecnológico son frecuentes y aleatorios, donde el comportamiento del producto agregado presentará fluctuaciones. La diferencia se encuentra en que las fluctuaciones observadas corresponden a la tasa natural y no a desviaciones del producto (Snowdon y Vane, 2005). En otras palabras, Las perturbaciones tienen efectos transitorios sobre Δy_t y efectos permanentes sobre y_t , y por tanto es posible sostener que la hipótesis de la tasa natural se cumple en todo momento del tiempo y cada punto observado corresponde a una situación de equilibrio óptimo de Pareto.

Así, se plantea que el análisis de las variables económicas frente a choques aleatorios se representa en forma de funciones impulso-respuesta causando una diferencia sustancial frente a la visión tradicional de las fluctuaciones económicas entendidas como movimientos senoidales alrededor de una tendencia. Este nuevo planteamiento de funciones impulso-respuesta permite el análisis distinguiendo entre el impulso y la propagación. El impulso se refiere al origen de la perturbación aleatoria o choque y, la propagación corresponde a los factores de persistencia del impulso a través del tiempo entendidos como desviaciones temporales de un estado estacionario. Por tanto, una variable económica responde en forma de convergencia monótona a su nivel de estado estacionario a través de funciones impulso-respuesta con forma jorobada.

El Gráfico 2 ejemplifica esta noción entendiendo que el eje de las abscisas representa el tiempo y, el eje de las ordenadas muestra la desviación de una variable cualquiera respecto a su nivel de estado estacionario. La teoría de los Ciclos Económicos Reales nace con la idea que el avance tecnológico es la fuente de las fluctuaciones y crecimiento económico.

Gráfico 2: Función Impulso-Respuesta de una variable económica



Fuente: Elaboración propia

Un tercer aspecto importante en la reinterpretación de los conceptos sobre las fluctuaciones tiene que ver con el objeto de análisis. La teoría tradicional o anterior a los Ciclos Económicos Reales concibe a las fluctuaciones como periodos de desequilibrio donde la economía se encuentra en puntos sub-óptimos respecto a una noción tendencial de equilibrio. Prescott (1986), considera que la expresión “fluctuación económica”²⁵ no es precisa y prefiere referirse a dichos eventos oscilatorios como “los fenómenos de las fluctuaciones económicas”. Este cambio en la denominación tiene que ver con que la visión tradicional tiende a comprender por separado los fenómenos cíclicos y los relacionados al crecimiento. Un segundo motivo para este cambio tiene que ver con la evidencia de que modelos no oscilatorios presentan propiedades importantes que corresponden al análisis de la teoría de las fluctuaciones económicas. Por lo tanto, Prescott entiende el fenómeno de las fluctuaciones económicas como las recurrentes fluctuaciones de la producción agregada alrededor de una tendencia y también los co-movimientos respecto a otras variables económicas. Este nuevo esquema basado en co-movimientos se fundamenta en las herramientas o procedimientos matemáticos de descomposición de series de tiempo, bajo la poderosa idea que el fenómeno cíclico no es sensitivo al uso de dichas herramientas matemáticas.

Con estas ideas re-interpretativas sobre las fluctuaciones económicas, se presentarán los componentes más importantes de la teoría de los Ciclos Económicos Reales.

3.2 Ambiente económico

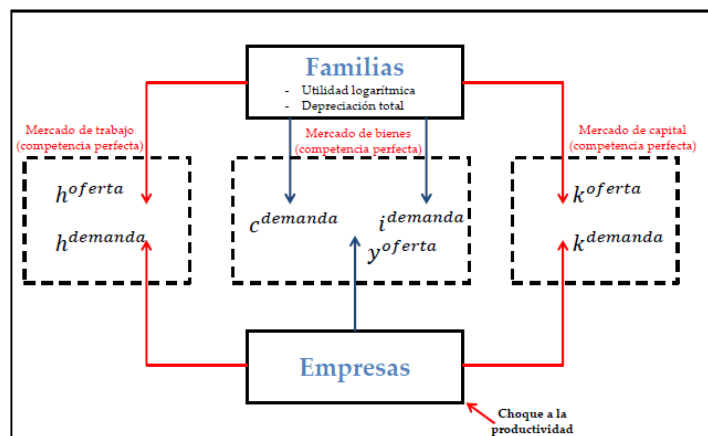
La teoría de los Ciclos Económicos Reales nace con el artículo de Kydland y Prescott (1982) “*Time to build and aggregate fluctuations*” y el artículo de Long y Plosser (1983) “*Real Business Cycles*”. Ambos trabajos inician un periodo de modelación basado en los fundamentos microeconómicos de los agentes con una racionalidad completa en todas sus decisiones de manera tal que la formación de expectativas racionales se cumpla en todo momento. La aproximación de Kydland y Prescott integra las teorías de crecimiento y fluctuaciones económicas. Por tanto, se recurre al

²⁵ Fluctuaciones económicas como fue establecida la traducción para *Business Cycles* en este documento.

planteamiento de Solow, y sus variantes estocásticas para combinar las conclusiones sobre el crecimiento de largo plazo y los movimientos aleatorios de corto plazo caracterizados por la productividad total de los factores. Para explicar cómo funciona un sistema económico con fluctuaciones en el producto y otras variables, Kydland y Prescott (1982) muestran en su modelo que los componentes estocásticos exógenos, choque de tecnología y los indicadores imperfectos de productividad, son los causantes de las fluctuaciones. Trabajos posteriores ampliaron la noción de choques exógenos reales diferentes a la tecnología.

El análisis conjunto de crecimiento y fluctuaciones inicia con la descripción de la estructura central del modelo. El núcleo de la teoría de los Ciclos Económicos Reales se caracteriza por especificar el comportamiento de individuos que maximizan su utilidad y firmas que maximizan sus beneficios ambos sujetos a restricciones. Un supuesto crítico en esta teoría consiste en asumir que todos los individuos y empresas tienen las mismas preferencias y la misma función de producción respectivamente. Así mismo, las restricciones que cada uno de los agentes representativos enfrentan son las mismas, es decir, restricciones presupuestarias y de costos respectivamente. De esta forma, la agregación microeconómica da origen al comportamiento macroeconómico. El Cuadro 1 permite visualizar la relación entre los agentes:

Cuadro 1: Esquema General de una Economía Cerrada



Fuente: Galindo y Montecinos (2017).

De manera analítica, el ambiente económico puede describirse por:

- Preferencias

Las preferencias describen el comportamiento de los consumidores y se expresan por una función de utilidad que representa dos problemas centrales: i) la elección intra-temporal entre consumo y ocio; ii) la elección inter-temporal entre consumo y ahorro.

De manera general, para un consumidor representativo, la función que maximiza la suma descontada esperada de su utilidad presente y futura en un horizonte de tiempo infinito puede generalizarse por:

$$U = \max E_t \left\{ \sum_{j=0}^{\infty} \beta^{t+j} u(C_{t+j}, Le_{t-j}) | \Omega_t \right\}, \quad 0 < \beta < 1 \quad (20)$$

Donde: C_t = Consumo en el periodo t
 Le_t = Ocio en el periodo t
 β = Factor de descuento²⁶
 $E_t\{\cdot\}$ = Operador de esperanza matemática
 Ω_t = Conjunto de información bajo el cual se forman las expectativas

Como señalan King, Plosser y Rebelo (1988), la función de utilidad $u(C_t, Le_t)$ debe ser estrictamente creciente, cóncava, continua, dos veces diferenciable, y debe satisfacer las condiciones de Inada de manera que pueda asegurarse que una solución para C_t y Le_t siempre sea una solución interior. Adicionalmente, King, Plosser y Rebelo (2002) imponen dos restricciones a las preferencias que son observables en las formas funcionales para que el equilibrio competitivo óptimo sea compatible con el estado estacionario:

- i) La elasticidad de sustitución inter-temporal del consumo debe ser invariante. - Se refiere a que dicha elasticidad debe ser constante e independiente a la escala de consumo en el tiempo. Esta restricción corresponde al equilibrio inter-temporal del consumidor.
- ii) El estado-estacionario eficiente del trabajo debe ser invariante. - Es decir, que el efecto ingreso y sustitución asociados con el crecimiento en la productividad laboral no debe alterar la oferta de trabajo en cada momento del tiempo. Por lo tanto, esta restricción se relaciona con el equilibrio intra-temporal.

Con base en Galindo y Montecinos (2017), se presenta la Tabla 2 la cual sintetiza las formas funcionales más usuales en la literatura de la teoría de los Ciclos Económicos Reales:

²⁶ $\beta = \frac{1}{1+\theta_u}$ donde θ_u corresponde a la tasa inter-temporal subjetiva de preferencias. Este parámetro indica el valor de la utilidad de la utilidad futura en relación con la utilidad presente. También es conocido como el parámetro de la impaciencia del agente. A mayores valores de θ_u , los valores de β serán menores. Si $\theta_u = 0$ entonces $\beta = 1$ y, por tanto, la valoración de la utilidad del presente es igual a la utilidad futura. De manera inversa, si $\theta_u = \infty$ entonces $\beta = 0$, es decir que sólo existe valoración de la utilidad presente.

Tabla 2: Formas funcionales más usuales en la literatura de la teoría de los Ciclos Económicos Reales

Autor	Forma funcional
Hansen (1985)	$u(C_t, Le_t) = \ln(C_t) + B \cdot Le_t$
Greenwood, et. al. (1989)	$u(C_t, Le_t) = \frac{1}{1-\gamma} \left[\left(C_t - \frac{L_t^{1+\theta}}{1+\theta} \right)^{1-\gamma} - 1 \right]$
Campbell (1994): con trabajo fijo	$u(C_t, Le_t) = \frac{C_t^{1-\gamma}}{1-\gamma}$
Campbell (1994): con trabajo variable	$u(C_t, Le_t) = \ln(C_t) + \theta \frac{(1-L_t)^{1-\gamma_n}}{1-\gamma_n}$
Long y Plosser (1983) y Plosser (1989)	$u(C_t, Le_t) = \ln(C_t) + \theta \ln(1-L_t)$
Costa (2016)	$u(C_t, Le_t) = \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{L_t^{1+\varphi}}{1+\varphi}$

Fuente: Elaboración propia con base en Galindo y Montecinos (2017).

- Posibilidades de producción

Como se mencionó con anterioridad, la función de producción corresponde al comportamiento del productor y es el pilar de la teoría de los Ciclos Económicos Reales. Esta función debe combinar el análisis tradicional de largo plazo asociado al crecimiento y el análisis de las fluctuaciones económicas de corto plazo. Para poder armonizar esta idea se debe plantear una función de producción agregada de un único bien puede ser utilizado para consumo e inversión y, además, que tenga retornos constantes a escala y cumpla las condiciones de Inada. De forma general:

$$Y_t = A_t F(K_t, L_t) \quad (21)$$

Donde: K_t = Acervo de capital

L_t = Trabajo

A_t = Factor de cambio tecnológico estocástico. También se conoce como la Productividad Total de Factores (PTF) o Residuo de Solow.

La evolución de la PTF es aleatoria y toma la forma de un proceso autorregresivo de primer orden o AR(1):

$$\begin{aligned} A_{t+1} &= \rho_A A_t + \epsilon_{t+1}, & 0 < \rho_A < 1 \\ \ln A_{t+1} &= \rho_A \ln A_t + \epsilon_{t+1}, & 0 < \rho_A < 1 \end{aligned} \quad (22)$$

Donde: ρ_A = Coeficiente autorregresivo de la productividad

$\epsilon_{t+1} \sim N(0, \sigma_A^2)$

La especificación de la ecuación (22) se constituye en la fuente de fluctuaciones dentro del planteamiento del modelo de crecimiento económico. De esta forma, en una sola función de producción se encuentra especificado el comportamiento de crecimiento y de fluctuaciones. Es por esta razón, que la teoría de los Ciclos Económicos Reales tiene una concepción distinta a sus predecesores respecto al análisis de corto plazo. Snowdon y Vane (2005) destacan que a pesar de tener una base en a la teoría convencional del crecimiento neoclásico, los teóricos de los Ciclos Económicos Reales rechazan la visión de un crecimiento económico suavizado a través del tiempo,

y enfatizan la naturaleza errática del cambio tecnológico que es causante de los principales cambios en el producto agregado.

Por tanto, un resultado lógico de este modelo consiste en entender que los trabajadores eligen estar empleados o desempleados de acuerdo con sus preferencias. Este análisis surge de combinar la naturaleza aleatoria de los choques tecnológicos con las elecciones óptimas de los consumidores a lo largo del tiempo en un entorno de competencia perfecta con precios y salarios plenamente flexibles.

Tabla 3: Formas funcionales de la función de producción más utilizadas

Autor	Forma funcional
Cobb Douglas	$Y_t = A_t(K_t)^{1-\alpha}(N_tX_t)^\alpha$
Long y Plosser (1983)	$Y_{i,t+1} = \lambda_{i,t+1} \cdot L_{it}^{b_i} \cdot \prod_{j=1}^N X_{ijt}^{a_{ij}}, \quad i = 1, 2, \dots, N$
Kydland y Prescott (1982)	$Y = \lambda n^\theta [(1 - \sigma)k^{-v} + \sigma y^{-v}]^{\frac{-(1-\theta)}{v}}$

Fuente: Elaboración propia.

- Acumulación de capital

La evolución del capital sigue la Ley de movimientos del capital, lo que significa que la acumulación de capital depende de la inversión actual y de la tasa de depreciación:²⁷

$$K_{t+1} = (1 - \delta_K)K_t + I_t \quad (23)$$

Donde: δ_K = Depreciación del capital
 I_t = Inversión bruta

El esquema de equilibrio viene dado por la noción de que el ahorro es la cantidad destinada a la inversión ($I = S$), aspecto que fue desarrollado inicialmente por Solow y posteriormente analizado endógenamente mediante el modelo Cass-Koopmans-Ramsey como se mostró en el apartado anterior.

- Restricciones de recursos

Las restricciones expresan la idea de escasez de recursos que enfrentan los agentes económicos y por tanto sus funciones objetivo se ven limitadas. En cada periodo un individuo enfrenta dos tipos de restricciones: i) La dotación de tiempo²⁸ debe ser distribuida entre trabajo (L_t) y ocio (Le_t); ii) El uso total de los recursos no debe ser mayor al producto agregado. Estas restricciones son:

$$Le_t + L_t \leq 1 \quad (24)$$

²⁷ La ecuación (23) puede detallarse de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} I_{neta} &= I_{bruta} - Depreciación \\ K_{t+1} - K_t &= I_t - \delta_K K_t \\ K_{t+1} &= (1 - \delta_K)K_t + I_t \end{aligned}$$

²⁸ Por lo general, esta restricción se normaliza a uno.

$$C_t + I_t \leq Y_t \quad (25)$$

Donde: C_t = Consumo
 I_t = Inversión
 Y_t = Producción agregada

Así mismo, existen restricciones de no-negatividad:

$$Le_t \geq 0, \quad L_t \geq 0, \quad C_t \geq 0, \quad K_t \geq 0 \quad (26)$$

Completando el análisis de restricciones para un consumidor, es necesario entender que la restricción de presupuesto proviene del ingreso que es generado a partir de: i) el alquiler del capital K_t a las empresas a una tasa de interés real R_t ; ii) la participación en el mercado de trabajo, con una cantidad la mano de obra L_t remunerada por un salario W_t ; iii) los individuos son propietarios de las empresas por lo que reciben dividendos Π_t . De esta forma se puede entender que la igualdad del ingreso total de una familia debe ser igual al producto agregado y por ende a sus usos que son en instancia final el consumo y la inversión:

$$C_t + I_t = W_t L_{j,t} + R_t K_{j,t} + \Pi_t \quad (27)$$

- Decisiones Individuales Óptimas y Equilibrio Competitivo

El problema de optimización del consumidor viene dado por la maximización de la utilidad (Ecuación (20)) la cual está sujeta a una restricción de presupuesto representada en términos reales por la ecuación (27). De este resultado, se debe obtener las elecciones óptimas de consumo, ocio y trabajo para cada momento del tiempo, en otras palabras, la ecuación de Euler y la oferta de trabajo estarán determinada por la Ley de movimiento del capital (Ecuación (23)).

Función Objetivo: $U = \max_{C_t, L_t, K_t} E_t \{ \sum_{j=0}^{\infty} \beta^{t+j} u(C_{t+j}, Le_{t-j}) | \Omega_t \}, \quad 0 < \beta < 1$

Restricción: $C_t + I_t = W_t L_{j,t} + R_t K_{j,t} + \Pi_t$

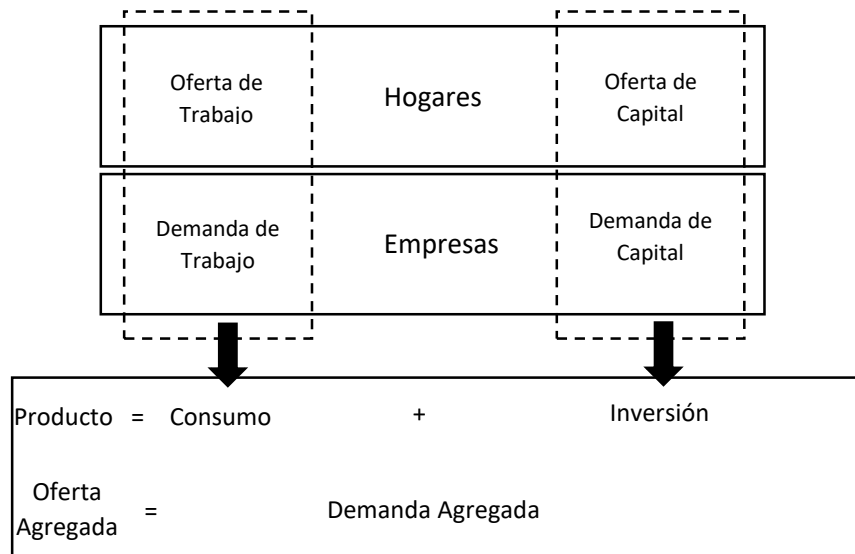
Por otro lado, la empresa representativa debe maximizar su beneficio que equivale a la obtención del mayor ingreso a precios de mercado descontando los costos por el pago a los factores de producción dada una técnica. Del problema del productor se podrán obtener las demandas de trabajo y capital de la economía. Esto se logra con

Función Objetivo: $Ingreso Total = [A_t F(K_t, L_t)] \cdot P_t$

Restricción: $Costo Total = W_t L_{j,t} + R_t K_{j,t}$

El resultado de estos problemas de optimización permite tener la estructura del mercado de factores de producción que determinan las cantidades de equilibrio del consumo y la inversión en cada momento del tiempo. A continuación, se resume esquemáticamente el mercado de factores de producción:

Cuadro 2: Mercado de Factores



Fuente: Costa (2016).

El equilibrio en cada mercado, factores y de bienes, permite obtener un sistema económico de equilibrio general donde todos los agentes optimizan sus ofertas y demandas de factores y bienes. Por lo tanto, el modelo de Ciclos Económicos Reales describe explícitamente como está compuesto el sistema económico, bajo el canon de decisiones individuales de los agentes y bajo la noción de equilibrio optimizador de los escasos recursos disponibles.

3.3 Descomposición de Series Temporales Mediante Filtros

Los filtros estadísticos forman parte estructural en la teoría de los Ciclos Económicos Reales y se constituyen en la herramienta operativa para descomponer una serie de tiempo en diversos componentes, entre los cuales se encuentra lo que puede definirse como ciclo o fluctuación. Estos procedimientos estadísticos y matemáticos se caracterizan por ser técnicas mecánicas y operativas para poder obtener series de tiempo sobre las fluctuaciones económicas a partir de los datos observados. Un aspecto importante de este procedimiento radica en la obtención de los momentos estadísticos de las series de tiempo, las cuales luego sirven para compararse con los modelos artificiales de los Ciclos Económicos Reales. A continuación, se presentan tres tipos de filtros, siendo el filtro de Hodrick-Prescott (1997) el más conocido y utilizado. Posteriormente se describen los filtros Baxter-King (1995) y Christiano-Fitzgerald (1999) los cuales son promedios móviles ponderados y descompuestos mediante las series de Fourier.

3.3.1 Filtro Hodrick-Prescott

El filtro de Hodrick-Prescott (HP) es una herramienta frecuente para la descomposición de las series estadísticas. El filtro asume que una serie y_t dada es la suma de un componente de crecimiento g_t y un componente cíclico o fluctuante c_t , y se sabe que el componente de crecimiento varía suavemente en el tiempo. De esta forma, se puede representar esta descomposición en:

$$y_t = g_t + c_t \quad (28)$$

Si podemos estimar el componente de crecimiento con errores que fueran pequeños en relación con el componente cíclico, entonces es posible que este último componente equivaldrá a la diferencia entre el valor observado y el componente de crecimiento. Por lo tanto, Hodrick y Prescott (1997) proponen el siguiente problema de optimización para determinar el componente de crecimiento:

$$\min_{\{g_t\}_{t=1}^T} \sum_{t=1}^T c_t^2 + \lambda \sum_{t=1}^T [(g_t - g_{t-1}) - (g_{t-1} - g_{t-2})]^2 \quad (29)$$

Donde: $c_t = y_t - g_t$

El parámetro λ es un número positivo y penaliza la variabilidad en el componente de crecimiento. Valores altos implican una mayor ponderación para el componente de tendencia, en el caso extremo cuando $\lambda \rightarrow \infty$, la ecuación cuadrática se ajusta a un modelo lineal de tendencia. En el caso opuesto, cuando $\lambda \rightarrow 0$, la serie de tendencia se aproxima a la serie original.

Hodrick y Prescott (1997) estiman el valor de λ a través de un modelo de probabilidad. Si el componente cíclico y las segundas diferencias del componente de crecimiento fueran idénticas e independientemente distribuidas, con variables normales de media cero y varianzas σ_1^2 y σ_2^2 , entonces:

$$\sqrt{\lambda} = \frac{\sigma_{ciclo}}{\sigma_{tendencia}} \quad (30)$$

En su trabajo seminal, Hodrick y Prescott proponen un valor de $\lambda = 1600$ para datos trimestrales,²⁹ sin embargo, como afirman Harvey y Jaeger (1993) y Baeza (2004) este valor no necesariamente es igual para todos los países.

²⁹ Es usual utilizar $\lambda = 100$ para datos anuales y $\lambda = 14400$ para datos mensuales.

Baxter y King (1995), realizan una comparación entre un filtro de frecuencias³⁰ y el Hodrick-Prescott. En su trabajo, encuentran que existe mucha similitud en los resultados entre ambos filtros. A pesar de la semejanza, hallan dificultades al especificar un valor λ para frecuencias diferentes a la trimestral, por lo que es considerado como una débil aproximación al filtro ideal. Además, Vargas (2010) también señala que la determinación a-priori del parámetro de suavización podría generar ciclos económicos a pesar de su inexistencia en las series originales.

3.3.2 Filtros *Band-Pass*

El método de los filtros de bandas concibe a las series como la agregación de ciclos de diferentes periodicidades y cada periodicidad explica una proporción de la variabilidad del total de la serie (Rodríguez, Álvarez y Da Silva, 2008). Para aproximar una función cíclica o periódica³¹ a otra de tiempo, se utilizan series trigonométricas denominadas series de Fourier.³² Por lo tanto, el filtro aísla las frecuencias dentro de un rango determinado.

Intuitivamente, ocurre que una serie se descompone en una sumatoria de diversos componentes cíclicos y los filtros aíslan sólo los definidos por el investigador, desechando los componentes que no cumplan con los límites definidos con anterioridad. Baxter y King (1995) utilizan la definición de Burns y Mitchell (1946), entendiendo que las fluctuaciones económicas están compuestas por componentes entre 6 y 32 trimestres. Es decir, que los componentes menores a 6 trimestres y superiores a 32 trimestres no serán considerados dentro la nueva serie filtrada.

De manera más formal, un filtro de bandas es construido a partir de dos filtros *low-pass* (*LP*).³³ El filtro ideal *low-pass* acepta frecuencias en la banda $-\underline{w} \leq w \leq \underline{w}$ ³⁴ por tanto, un filtro *band-pass* surge de restar dos filtros *low-pass*, de manera tal que las frecuencias de la banda $\underline{w} \leq |w| \leq \bar{w}$ son admitidas por el filtro. Por tanto, es necesario establecer a-priori los rangos considerados como fluctuaciones. Baxter y King (1995) utilizan las frecuencias antes mencionadas comprendidas entre 6 y 32 trimestres y que son usadas de manera habitual en la literatura.

La metodología de cálculo parte suavizando la serie observada y_t , se aplica una media móvil, obteniendo así una nueva serie filtrada y_t^* :

$$y_t^* = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \psi_n y_{t-n} \quad (31)$$

³⁰ En su investigación contrastan el filtro Hodrick-Prescott con un filtro de banda-alta o High-Pass HP_{12} (32) con una media móvil de 12 trimestres y un truncamiento de 32 trimestres. En la siguiente sección se detalla el filtro *band-pass* de Baxter y King

³¹ Cada periodicidad (p) tiene correspondencia con un número racional entre el intervalo $[0, \pi)$ llamado frecuencia (w). La relación entre la frecuencia y la periodicidad es inversa a través de $w = 2\pi/p$

³² La Transformada de Fourier permite transformar una función con dominio del tiempo al dominio de una frecuencia dada (w). Luego se puede utilizar la transformada inversa y retornar al dominio temporal.

³³ El filtro *High-Pass* equivale a $(1 - LP)$

³⁴ Notación equivalente: $|w| \leq \underline{w}$

Podemos expresar la media móvil como un polinomio en el operador de rezagos:

$$y_t^* = \psi(L)y_t \quad (32)$$

Donde el filtro ideal está definido por $\psi(L) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \psi_n L^n$ y el operador de rezagos $L^n y_t = y_{t-n}$.

A través de la transformación de Fourier, la función de respuesta de frecuencia de la serie estudiada viene dado por:

$$\psi(e^{iw}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \psi_n e^{iwn} \quad (33)$$

Y las ponderaciones ideales son:

$$\psi_n = \begin{cases} \frac{1}{\pi n} \left[\sin\left(\frac{2\pi n}{T_{max}}\right) - \sin\left(\frac{2\pi n}{T_{min}}\right) \right], & \text{para } n \neq 0 \\ \frac{2}{T_{max}} - \frac{2}{T_{min}}, & \text{para } n = 0 \end{cases} \quad (34)$$

Para calcular un filtro con estas características, se requiere una media móvil con una serie de orden infinito. Este inconveniente se resuelve aproximando un filtro basado en muestras finitas.

A continuación, se comparan las aproximaciones propuestas por Baxter-King (1995) y Christiano-Fitzgerald (1999). Las diferencias entre ambos filtros están en los supuestos sobre la misma aproximación. Por un lado, Baxter-King asumen variables idénticas e independientemente distribuidas, con ponderaciones simétricas. Por otro lado, Christiano-Fitzgerald trabajan con series generadas por un proceso *AR* (1) y con ponderaciones asimétricas.

3.3.2.1 Filtro Baxter-King

Baxter-King (1995) buscan minimizar la función "Q":

$$Q = \int_{-\pi}^{\pi} |\psi(e^{iw}) - \alpha(e^{iw})|^2 dw \quad (35)$$

Donde, $\psi(e^{iw}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \psi_n e^{iwn}$ es la función de respuesta de frecuencia del filtro ideal y, $\alpha(e^{iw}) = \sum_{n=-K}^K \alpha_n e^{iwn}$ es la función de respuesta de frecuencia del filtro aproximado para un número máximo de rezagos "K" de truncamiento. $\psi(e^{iw}) - \alpha(e^{iw})$ es la diferencia entre ambas respuestas en la frecuencia "w". En este esquema, la función de pérdida "Q", pondera de manera equivalente al error cuadrático de cada frecuencia individual.

Si se tiene el filtro lineal:

$$y_t^* = \sum_{j=-K}^K \alpha_j y_{t-j} \quad (36)$$

Con una función de respuesta:

$$\alpha(e^{iw}) = \sum_{j=-K}^K \alpha_j e^{iwj} \quad (37)$$

Y las ponderaciones están dadas por:

$$\alpha_j = \psi_j - \Phi \quad (38)$$

Dónde $\Phi = \frac{\psi_0 + 2 \sum_{n=1}^K \psi_n}{1+2K}$ es un factor que garantiza que la sumatoria de las ponderaciones sea igual a cero y además que se puedan eliminar las tendencias determinísticas cuadráticas y estocásticas. El componente ψ_j está dado por la ecuación (34),³⁵ que sirve para construir cada α_j y Φ . Además, K es el truncamiento de rezagos/adelantos máximos que se utilizarán y es definido por el investigador. Usualmente, se utiliza un valor de 12 trimestres.³⁶

3.3.2.2 Filtro Christiano-Fitzgerald

Christiano-Fitzgerald (1999), al igual que el filtro anterior, buscan minimizar una función de pérdida al aproximar un filtro de muestras finitas para $t = 1, \dots, T$:

$$Q = \int_{-\pi}^{\pi} |\psi(e^{iw}) - \beta(e^{iw})|^2 f_y(w) dw \quad (39)$$

Donde, $\psi(e^{iw}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \psi_n e^{iwn}$ es la función de respuesta de frecuencia del filtro ideal, y $\beta(e^{iw}) = \sum_{n=t-T}^{t-1} \beta_n e^{iwn}$ es la función de respuesta de frecuencia del filtro aproximado. Adicionalmente al filtro Baxter-King visto en el anterior subtítulo, la propuesta aquí planteada incorpora la densidad espectral³⁷ de la serie observada (f_y) como un ponderador asimétrico. Por tanto, si se tiene el filtro lineal:

$$y_t^* = \sum_{j=t-T}^{t-1} \beta_j y_{t-j} \quad (40)$$

³⁵ Para distinguir el filtro Baxter-King se utilizó el sub índice "j" en la nomenclatura de la ecuación (38). En la ecuación (34) se debe asumir que $\psi_n = \psi_j$.

³⁶ Baxter-King sugieren este valor de truncamiento luego de evaluar sus resultados frente a $K = \{4, 8, 12, 16, 20\}$

³⁷ La densidad espectral es un concepto físico que se refiere a una función sobre la distribución de la potencia o energía de una señal para las distintas frecuencias de las que está conformada.

Con una función de respuesta:

$$\beta(e^{i\omega}) = \sum_{j=t-T}^{t-1} \beta_j e^{i\omega j} \quad (41)$$

Y las ponderaciones dadas por:

$$\beta_j = \begin{cases} 1/2 \psi_0 - \sum_{K=0}^{j-1} \psi_K, & \text{para } j = t-1 \\ \psi_j, & \text{para } j = t-2, \dots, t-T-1 \\ 1/2 \psi_0 - \sum_{K=j+1}^0 \psi_K, & \text{para } j = t-T \end{cases} \quad (42)$$

Este planteamiento asume que las tendencias determinísticas o estocásticas han sido removidas con anterioridad a la aplicación del procedimiento. La construcción de cada ponderador β_j , para este caso también está dada por la ecuación (34).³⁸

De forma resumida, se puede decir que los filtros son una forma de una serie de tiempo que es descompuesta para aislar un conjunto de componentes específicos que satisfagan la definición de fluctuación. La diferencia entre los dos filtros de bandas propuestos yace en la ponderación de los rezagos y adelantos que se encuentran más cerca del centro de cada dato. Además, el filtro Christiano-Fitzgerald asume que la serie filtrada puede seguir un proceso autorregresivo de primer orden para superar el problema de consumo de datos en las colas.

3.4 Econometría Neoclásica

Alrededor de la década de 1930 nació la Sociedad Econométrica como respuesta a las críticas hacia la economía neoclásica y su inexistente aproximación cuantitativa. Desde entonces, el término econometría ha sido entendido como la teoría cuantitativa de la economía. Sin embargo, la evolución de esta rama del conocimiento ha derivado en la profundización en el uso de herramientas estadísticas y en los modelos de sistemas de ecuaciones. Para Kydland y Prescott (1991) la econometría neoclásica debe orientarse a la solución de modelos de equilibrio general.

En el artículo *“The Econometrics of the General Equilibrium Approach to Business Cycles”*, Kydland y Prescott (1991) inician su exposición sobre la distinción entre la econometría entendida como la aproximación de los sistemas de ecuaciones y la econometría neoclásica entendida como la aproximación del equilibrio general. La distinción crucial entre ambos enfoques proviene de los

³⁸ Para distinguir el filtro Christiano-Fitzgerald se utilizó el sub índice “K” en la nomenclatura en la ecuación (42). En la ecuación (34) se debe asumir que $\psi_n = \psi_K$ y $\psi_n = \psi_j$ dependiendo de cada caso de β_j

supuestos que hacen invariante ciertas características del modelo y de la forma de organizar el conocimiento empírico.

Los autores parten su explicación destacando los aportes de Koopmans (1949), quien puntualiza que los modelos de sistemas de ecuaciones poseen las siguientes características:

- i) Sirven como ejercicios teóricos y experimentales
- ii) Las variables involucradas son agregados
- iii) Los modelos son “lógicamente completos”³⁹
- iv) Los modelos son dinámicos
- v) Los modelos están compuestos por cuatro tipos de ecuaciones
 - a. Identidades
 - b. Reglas institucionales
 - c. Restricciones de tecnología
 - d. Ecuaciones de comportamiento

Teniendo este esquema como base, el objetivo de la econometría del sistema de ecuaciones consiste en la estimación de los coeficientes como un ejercicio estadístico. Por lo tanto, el principio organizador de estos modelos recae en las ecuaciones del modelo y se busca medir los mejores valores de los coeficientes de dichas ecuaciones. El resultado de este procedimiento es imitar la serie de datos temporales históricos. La crítica neoclásica hacia esta econometría se concentró en evidenciar que en momentos concretos del tiempo existieron muchas fallas en sus predicciones, como la estanflación de Estados Unidos en la década de 1970, o que algunas ecuaciones de comportamiento eran invariantes a la política económica lo que resultaba una incoherencia a los principios neoclásicos sobre la conducta maximizadora de los agentes.

Con estas ideas, exponen que la alternativa a estas deficiencias de la econometría tradicional viene de la aproximación del equilibrio general. El marco teórico de esta aproximación es resultado de los avances realizados en las teorías de la decisión estadística, del capital y de los métodos recursivos. Por lo que se puede entender que el marco del equilibrio general está regido por la existencia de sectores económicos explícitos y consistentes como los hogares y las empresas. Un modelo por tanto se caracteriza por coeficientes que reflejan las preferencias, tecnología, estructura de información, y arreglos institucionales, parámetros que deben ser medidos, a diferencia del enfoque tradicional donde son las ecuaciones la que deben ser medidas.

Bajo este esquema neoclásico, el objetivo de la teoría econométrica vinculada a la teoría de las fluctuaciones económicas es determinar las fuentes de choques exógenos que den lugar a fluctuaciones, así, los modelos describirán el comportamiento de los agentes para sustituir mercancías intra-temporal e inter-temporalmente, en tanto se definan sus habilidades. Por tanto, la calibración corresponde al puente que vincula la derivación analítica de un modelo de Ciclos Económicos Reales con los métodos para cuantificar numéricamente el proceso de equilibrio de economías estocásticas y dinámicas, mediante experimentos computables.

³⁹ El número de variables es igual al número de ecuaciones, por tanto, existe una única solución.

La calibración corresponde a la elección de los valores de los parámetros de cada modelo económico. Kydland y Prescott (1991) ven la calibración como la graduación de los instrumentos de medición asemejando a la práctica de las ciencias exactas como la física. En economía, los modelos se asemejan a los aparatos de medición y los parámetros son aquellos valores que deben graduarse respecto a cada experimento. Por lo tanto, puede diferenciarse la calibración de la estimación, siendo la primera un intento de evaluar el tamaño de algo y, la segunda corresponde a la determinación de la cantidad aproximada de algo.

La selección de los valores de calibración es variada y puede resultar de simples promedios, en otros casos los valores podrán obtenerse de resultados históricos o, podrían obtenerse por la combinación de los datos históricos, así como de los promedios de estudios anteriores. La ventaja de este tipo de elección de valores para los parámetros está en la facilidad y versatilidad para la asignación de dichos valores pudiendo combinar distintas fuentes de información disponible. La dificultad de esta aproximación consiste en elegir los valores más adecuados para los parámetros del modelo. Una diferencia fundamental respecto a la estimación consiste en que los valores elegidos no son necesariamente aquellos que se ajusten de mejor manera en un sentido estadístico.

3.5 Límites y Crítica a la Teoría de los Ciclos Económicos Reales

A partir de la publicación del *“Time to build and aggregate fluctuations”* de Kydland y Prescott (1982), la agenda neoclásica sobre las fluctuaciones económicas se ha enriquecido. Si bien la teoría de los Ciclos Económicos Reales y sus fundamentos dominan el pensamiento macroeconómico desde la década de 1980, este paradigma no está exento de críticas. A continuación, se presentarán las observaciones críticas más sobresalientes realizadas por Hartley et al. (1998) respecto a la agenda neoclásica.

- Idealización sobre el equilibrio general

Como se mencionó, la teoría de los Ciclos Reales asume que la hipótesis de la tasa natural se cumple en todo momento generando un estado constante de equilibrio óptimo en el sentido de Pareto. Este postulado convierte a la teoría en cuestión en un paradigma rígido. Desde un punto de vista no formal, se podría decir que esta visión neoclásica contradice todo sentido común sobre la percepción de una depresión y un auge, explicando ambos casos extremos como decisiones conscientes y óptimas de los agentes. Analizando la situación negativa extrema, un consumidor decide estar en una depresión, y a pesar de que este escenario puede ser lógicamente correcto, plantea el cuestionamiento hacia el interés de la teoría económica y plantearía exponer las razones por las cuales los agentes racionales deciden encontrarse en tal situación. Adicionalmente, Hoover et al. (1998) puntualizan que no existen precedentes históricos pre-keynesianos para concebir a las fluctuaciones económicas como momentos de equilibrio, modelos seminales como el de Frisch (1933) son aproximaciones superficiales al centro de las ideas generales de Kydland y Prescott (1982).

- El paradigma de los fundamentos microeconómicos

La teoría de los Ciclos Económicos Reales se constituye en modelos altamente estilizados no siendo necesaria una representación real del sistema económico. Sin embargo, uno de los problemas de estos modelos radica en las pretensiones respecto a sus conclusiones ya que buscan establecer cuantificaciones relevantes sobre las economías reales (Hartley et al., 1998). El pilar fundamental para ese propósito es la fundamentación microeconómica. Existen dos problemas con esta idea, la primera tiene que ver con la base comparativa entre los modelos y, la segunda con la aparente deducción macroeconómica a partir de la microeconomía.

Para Hartley et al. (1998), el uso de agentes microeconómicos es una mera presunción y no existe razón a priori que para conceder una noción de superioridad respecto a modelos que carecen de esta característica como lo son las teorías keynesianas o monetaristas.

Por otro lado, y más profundo, es el debate respecto a los supuestos de construcción implícitos en la teoría neoclásica. El problema de la agregación de los agentes puede enfocarse desde varios ángulos. Primero, la “falacia de la composición” pone en entredicho la generalización sobre el comportamiento de los agentes representativos. Es decir, puede ser un gran reto demostrar que lo que es cierto para un solo individuo también lo sea para un grupo de individuos. Para Hartley, los modelos de agentes representativos explícitamente encarnan el problema de la composición. En segundo lugar, la complejidad lógica que plantea la noción del equilibrio general implica generar nociones de coordinación los cuales no son explicados de manera completa por la teoría ortodoxa. Por último, y similar a la falacia de la composición está el problema de la agregación. En apariencia, los modelos de los Ciclos Económicos Reales se desarrollan en un entorno descentralizado y desagregado, pero en el extremo y sin haber resuelto el problema de la coordinación, estos modelos solo pueden explicarse bajo una lupa agregada de agentes singulares y por tanto se asemejan a las proposiciones keynesianas, las cuales pretenden mejorar.

- Los problemas de la inclusión del dinero bajo el esquema de los Ciclos Económicos Reales

Como se ha visto, el planteamiento original de Kydland y Prescott (1982) elimina el rol del dinero, entre otras cosas. Sin embargo, modelos monetarios con raíces en los Ciclos Reales se enfrentan a los problemas ya cuestionados a los modelos neoclásicos tradicionales. Rodríguez y Venegas (2011) recopilan las críticas planteadas por Patinkin, Sidrauski y Benetti. La incorporación de dinero en un modelo neoclásico se enfrenta a la existencia de uno de sus postulados más importantes como lo es la existencia del equilibrio general. Por otro lado, también existen problemas al incluir dinero con ciertos supuestos específicos sobre su función (reserva de valor o medio de cambio).

Más aún, se plantea que ciertos mecanismos para incorporar el dinero además tienen vinculación con las características resultantes en las funciones de utilidad, lo que en última instancia pone en conflicto los cimientos de neutralidad del dinero en el esquema básico de la teoría de los Ciclos Económicos Reales. Entonces, se puede considerar que esta teoría puede tener validez bajo hipótesis muy rígidas y por lo tanto resulta limitado ampliar sus conclusiones cuando se realizan análisis más complejos y considerando el dinero.

- El ajuste a partir del ejercicio de la calibración

La econometría neoclásica, planteada así por Kydland y Prescott (1991), permite calcular los parámetros de los modelos planteados por la optimización de las funciones objetivo de los consumidores y empresas. Sin embargo, la efectividad y eficiencia de estos modelos queda planteada de manera débil. Los modelos, ya sean entendidos como idealizaciones de la realidad pretenden ser evaluados no solo por la consistencia de sus supuestos sino por su capacidad de imitar la realidad. El artículo seminal *"Time to build and aggregate fluctuations"* entre sus conclusiones más importantes destaca su capacidad de haber simulado los co-movimientos de la economía norteamericana de post-guerra.

En este entendido, la sola afirmación de los resultados no es argumento suficiente para la validación de dicha teoría. Hartley et al. (1998) exponen que la práctica de comparar los datos simulados y reales ha derivado en una prueba débil denominada "R² estética" asemejando a la medida de bondad de ajuste utilizada por la econometría tradicional basada en la estimación estadística. Si bien los resultados del modelo se asientan en superar la Crítica de Lucas definiendo los parámetros profundos a partir de la calibración, abandonan la metodología de la econometría tradicional para evaluar la robustez de los datos obtenidos y, por tanto, la oportunidad de formular un esquema teórico íntegro.

- Idoneidad de los procedimientos de descomposición de series de tiempo

La teoría de los Ciclos Económicos Reales tiene como herramienta central el uso de procedimientos matemáticos para obtención de los componentes cíclicos y de crecimiento mediante la descomposición de series de tiempo. Estos procedimientos, como el filtro Hodrick-Prescott (1997), Baxter-King (1995), Christiano-Fitzgerald (1999), se encuentran estructuralmente desvinculados de la teoría económica. Como parte de un ejercicio práctico Coaquira (2012) evidencia que, en el caso boliviano, modelos estructurales basados en teoría económica pueden tener un mejor desempeño para la obtención del componente oscilatorio de una serie de tiempo.

Otro aspecto fundamental en el uso en filtros radica en la asignación de valores *ad hoc* de ciertos parámetros necesarios para el funcionamiento de dichos procedimientos matemáticos. En el caso del filtro Hodrick-Prescott, no existe una forma específica para la determinación del parámetro de suavización λ . Hartley et al. (1998) resaltan los trabajos críticos de Cogley y Nason (1995) y, Harvey y Jaeger (1993) quienes demuestran que en ciertos casos, los datos pre-filtrados no generan ciclos en un modelo de Ciclos Económicos Reales, mientras los datos con filtro Hodrick-Prescott sí lo hacen. Esto deriva en un serio problema sobre la obtención de datos espurios para el componente cíclico de una serie económica.

En el caso de los filtros de banda, se requiere establecer a priori los valores de las frecuencias a ser filtradas, es decir se debe tener previamente una noción cuantitativa sobre las fluctuaciones económicas, por lo que podría entenderse que los resultados de dichos procedimientos son inducidos. De igual forma, los valores de truncamiento para establecer los promedios móviles para los filtros *band-pass* son determinados a priori como resultados empíricos y no así teóricos

generando además un sesgo hacia una teoría fundamentada en experimentos cuantitativos antes que en deducciones lógicas provenientes de los fundamentos axiomáticos de la teoría.

Por lo tanto, la aplicación mecánica de los filtros no garantiza la obtención de series de datos óptimas que puedan ser comparados con los resultados de los experimentos computacionales producto de la calibración.

4 Ejercicio de Simulación

En esta sección se desarrolla un ejercicio de simulación de un modelo estructural con parámetros para la economía mexicana. Se comenzará con la presentación de los agentes (hogares y firmas), luego se establecerán las condiciones de equilibrio, posteriormente se calculan las condiciones de estado estacionario y por último se calcularán las ecuaciones de equilibrio log-linealizadas. Los procedimientos centrales se basan en Costa (2016), quien ofrece una guía detallada para desarrollar un modelo básico de Equilibrio General Dinámico y Estocástico (DSGE) para la Teoría de Ciclos Económicos Reales. También se utilizó la programación núcleo del trabajo de este autor para poder realizar simulaciones mediante la extensión Dynare desarrollada para funcionar dentro del entorno de MatLab.

En esta sección se presentará el ambiente económico en el que se desempeña la economía artificial de consumidores y productores. Guiados en las explicaciones de Costa (2016), se mostrarán los resultados de la log-linealización y estimación de los valores de estado-estacionario del modelo con datos para México. A continuación, se calibrará el sistema y se analizarán las funciones impulso-respuesta, las simulaciones y los momentos estadísticos.

4.1 El modelo

Se desarrolló un modelo básico de Ciclos Económicos Reales siguiendo el canon neoclásico sobre el uso de agentes representativos para representar el comportamiento microeconómico individual y la posterior agregación macroeconómica. El modelo incorpora la formación de expectativas racionales presentes en la forma en que los consumidores deciden entre consumo y ocio. El modelo de Ciclos Reales concibe que los mercados de bienes y de factores es perfectamente competitivo, los agentes son tomadores de precios. Todos los precios son flexibles y no existe gobierno, dinero, ni sector externo, por lo que todas las variables se expresan en términos reales y no existen externalidades en el sistema, por lo que todos los resultados son óptimos en el sentido de Pareto.

Este modelo pretende mostrar el desempeño de un sistema completo de consumidores y productores al mismo tiempo que se convierte en una forma de confirmar y evidenciar la vigencia de los estudios previos realizados para la economía mexicana como lo es el trabajo de Serrano (1995). Se menciona este aspecto debido a que más adelante se utilizará información calculada para la década de 1990, y se considera a priori, que sigue manteniendo información relevante para la economía actual.

Durante la revisión de la literatura referida al caso mexicano, se encontró que no existen muchos trabajos de la economía mexicana que estén desarrollados bajo la teoría de los Ciclos Económicos Reales. Al parecer, la tradición keynesiana y Neo-keynesiana han investigado de manera más exhaustiva el fenómeno de las fluctuaciones económicas a partir de sus propias teorías y categorías conceptuales.

4.1.1 Hogares

En este modelo, la economía está formada por un conjunto unitario de hogares indexados por $j \in [0,1]$ donde su problema consiste en maximizar una función de bienestar inter-temporal particular. Para este propósito, se utiliza una función de utilidad que es aditiva y separable entre consumo (C) y trabajo (L). Se espera que un incremento en el consumo eleva la utilidad de los hogares, mientras un incremento en las horas de trabajo reduce la utilidad. Esta noción se sustenta en tres supuestos adicionales:

- El consumo es temporalmente aditivo separable, es decir que no se forman hábitos.
- Se ignora el crecimiento de la población.
- El mercado de trabajo es de competencia perfecta, por lo que no existe ningún tipo de rigidez salarial.

Por tanto, el hogar representativo optimiza la siguiente función de utilidad:⁴⁰

$$\max_{C_{j,t}, L_{j,t}, K_{j,t+1}} E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{C_{j,t}^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{L_{j,t}^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right) \quad (43)$$

Donde: E_t = Operador de expectativas

β = Factor de descuento inter-temporal

C = Consumo de bienes

L = Número de horas trabajadas

σ = Coeficiente de aversión relativo al riesgo constante

φ = Elasticidad de la oferta de trabajo de Frisch

Y, además, la función de utilidad tiene las siguientes propiedades:⁴¹

$$U_C > 0 \text{ y } U_{CC} < 0$$

$$U_L < 0 \text{ y } U_{LL} < 0$$

La maximización de la función de bienestar está sujeta ante una restricción de presupuesto inter-temporal:

$$P_t(C_{j,t} + I_{j,t}) = W_t L_{j,t} + R_t K_{j,t} + \Pi_t \quad (44)$$

Donde: P = Nivel general de precios

I = Nivel de inversión

W = Nivel de los salarios

K = Stock de capital

⁴⁰ Esta función es conocida como la función de utilidad con Aversión Relativo al Riesgo Constante (*Constant Relative Risk Aversion* o CRRA).

⁴¹ El consumo y el trabajo tienen efectos positivos y negativos respectivamente ya que la función de utilidad es cóncava.

R = Retorno del capital
 Π = Beneficios de la firma (dividendos)

La restricción presupuestaria indica que el consumo e inversión son iguales al pago de los factores de producción más el pago de beneficios.

Teóricamente, una de las relaciones centrales en la teoría neoclásica consiste en verificar la Ley de Movimientos de Capital, la cual describe el proceso dinámico de la acumulación del acervo de capital:

$$K_{j,t+1} = (1 - \delta)K_{j,t} + I_{j,t} \quad (45)$$

Donde: δ = tasa de depreciación

Utilizando la información de la ley de movimientos del capital y la restricción, se tiene:

$$P_t C_{j,t} + P_t K_{j,t+1} - P_t (1 - \delta) K_{j,t} = W_t L_{j,t} + R_t K_{j,t} + \Pi_t \quad (46)$$

Por tanto, el problema de Maximización del hogar está dado por:

$$\mathcal{L} = E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \left[\frac{C_{j,t}^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{L_{j,t}^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right] - \lambda_{j,t} [P_t C_{j,t} + P_t K_{j,t+1} - P_t (1 - \delta) K_{j,t} - W_t L_{j,t} - R_t K_{j,t} - \Pi_t] \right\} \quad (47)$$

Donde: λ = Multiplicador de lagrange

Las condiciones de primer orden de este problema son:⁴²

- Consumo: $C_{j,t}^{-\sigma} - \lambda_{j,t} P_t = 0$
- Trabajo: $-L_{j,t}^{\varphi} + \lambda_{j,t} W_t = 0$
- Capital: $-\lambda_{j,t} P_t + \beta E_t \lambda_{j,t+1} [E_t P_{t+1} (1 - \delta) + E_t R_{t+1}] = 0$

Del sistema de ecuaciones se deriva la oferta de trabajo:

$$C_{j,t}^{\sigma} L_{j,t}^{\varphi} = \frac{W_t}{P_t} \quad (48)$$

La ecuación de equilibrio muestra que la Tasa Marginal de Sustitución entre consumo-ocio debe igualar salario real.

Por otro lado, del sistema de ecuaciones se puede obtener la ecuación de Euler para el consumo:

$$\beta \left[(1 - \delta) + E_t \left(\frac{R_{t+1}}{P_{t+1}} \right) \right] = \left(\frac{E_t C_{j,t+1}}{C_{j,t}} \right)^{\sigma} \quad (49)$$

⁴² Para el desarrollo ver el Anexo 1: Resolución del problema del hogar.

La ecuación de Euler calculada determina la decisión de ahorro del hogar (en este modelo, el ahorro es la adquisición de bienes de inversión). Por tanto, el hogar, al momento de realizar su decisión de ahorro, compara la utilidad recibida por consumir una cantidad adicional en el presente con la utilidad que recibirá por consumir en el futuro.

Por lo tanto, el problema del hogar combina las elecciones inter-temporales (la relación ahorro y consumo en el tiempo) y las elecciones intra-temporales (la relación ocio-trabajo en cada periodo). Resumiendo, las ecuaciones centrales del análisis de los hogares, se tienen las relaciones de equilibrio:

Tabla 4: Condiciones de equilibrio para el problema del consumidor

ECUACIÓN	DEFINICIÓN
$C_{j,t}^\sigma L_{j,t}^\varphi = \frac{W_t}{P_t}$	Oferta de Trabajo
$\beta \left[(1 - \delta) + E_t \left(\frac{R_{t+1}}{P_{t+1}} \right) \right] = \left(\frac{E_t C_{j,t+1}}{C_{j,t}} \right)^\sigma$	Ecuación de Euler
$K_{j,t+1} = (1 - \delta)K_{j,t} + I_{j,t}$	Ley de Movimiento del Capital

Fuente: Elaboración propia con base en Costa (2016).

4.1.2 Empresas

La empresa produce los bienes y servicios en la economía, que luego serán consumidos o ahorrados. Hay una cantidad continua de firmas indexadas por j , y que maximizan sus beneficios observando una estructura de competencia perfecta, esto significa que sus tasas de beneficios serán iguales a cero (Π_t), para todo t .

El problema de la empresa se inicia con la definición de una función de producción:

$$Y_{j,t} = A_t K_{j,t}^\alpha L_{j,t}^{1-\alpha} \quad (50)$$

Donde: A = Productividad

Y = Producción

α = Elasticidad del nivel de producción respecto al capital

$(1 - \alpha)$ = Elasticidad del nivel de producción respecto al trabajo

La función de producción tiene las siguientes propiedades:⁴³

$$F_K > 0 \text{ y } F_{KK} < 0$$

⁴³ Adicionalmente, la función es homogénea de grado uno y cumple las condiciones de Inada.

$$F_L > 0 \text{ y } F_{LL} < 0$$

El problema de la firma consiste en elegir las cantidades apropiadas de insumos (K_t, L_t), de manera que maximicen la función de beneficios:

$$\max_{L_{j,t}, K_{j,t}} \Pi_{j,t} = A_t K_{j,t}^\alpha L_{j,t}^{1-\alpha} \cdot P_t - W_t \cdot L_{j,t} - R_t \cdot K_{j,t} \quad (51)$$

Las condiciones de primer orden de este problema son:⁴⁴

- Capital: $\alpha \frac{Y_{j,t}}{K_{j,t}} = \frac{R_t}{P_t}$
- Trabajo: $(1 - \alpha) \frac{Y_{j,t}}{L_{j,t}} = \frac{W_t}{P_t}$

Las ecuaciones establecen que la demanda de trabajo y capital son iguales a los costos marginales en términos reales. De estas condiciones de equilibrio, se deduce que reducciones del costo marginal derivan en incrementos de la productividad marginal de ese insumo hasta alcanzar la igualdad.

La definición que la Teoría del Ciclo Real utiliza para el componente A de productividad es que este término sigue un proceso de auto-regresivo de primer orden $AR(1)$:

$$\log A_t = (1 - \rho_A) \log A_{SS} + \rho_A \log A_{t-1} + \epsilon_t \quad (52)$$

Donde: A_{SS} = es el valor de la productividad en el estado estacionario

ρ_A = es el parámetro autorregresivo de la productividad. El parámetro cumple la restricción de ($|\rho_A| < 1$) para garantizar la naturaleza estacionaria del proceso

$$\epsilon_t \sim N(0, \sigma_A^2)$$

Como parte del análisis, se supondrá que el crecimiento de la productividad es igual a cero, es decir no seguirá un patrón tendencial.

Por último, al tratarse de un sistema bajo el esquema de competencia perfecta, se deberá igualar el costo marginal total al nivel de precios de la economía:

$$P_t = \frac{1}{A_t} \cdot \left(\frac{R_t}{\alpha}\right)^\alpha \cdot \left(\frac{W_t}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha} \quad (53)$$

Resumiendo, las ecuaciones centrales del análisis de las firmas, se tienen las relaciones de equilibrio:

Tabla 5: Condiciones de equilibrio para el problema de la empresa

ECUACIÓN	DEFINICIÓN
$Y_{j,t} = A_t K_{j,t}^\alpha L_{j,t}^{1-\alpha}$	Función de Producción

⁴⁴ Para el desarrollo ver el Anexo 2: Resolución del problema de la empresa.

$\alpha \frac{Y_{j,t}}{K_{j,t}} = \frac{R_t}{P_t}$	Demanda de Capital
$(1 - \alpha) \frac{Y_{j,t}}{L_{j,t}} = \frac{W_t}{P_t}$	Demanda de Trabajo
$P_t = \frac{1}{A_t} \cdot \left(\frac{R_t}{\alpha}\right)^\alpha \cdot \left(\frac{W_t}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha}$	Nivel de Precios
$\log A_t = (1 - \rho_A) \log A_{SS} + \rho_A \log A_{t-1} + \epsilon_t$	Choque de Productividad

Fuente: Elaboración propia con base en Costa (2016).

4.1.3 Estado Estacionario

El modelo presentado se encuentra en estado estacionario en el sentido de que existe un valor para las variables, donde dicho valor se mantiene a lo largo del tiempo. Una variable endógena x_t se encuentra en su valor (situación) de estado estacionario si:

$$E_t x_{t+1} = x_t = x_{t-1} = x_{t-2} = \dots = x_{SS} \quad (54)$$

Respecto a la productividad, se normalizará de manera exógena el estado estacionario:

$$A_{SS} = 1 \quad (55)$$

Por lo tanto, se definen las ecuaciones de estado estacionario para todas las ecuaciones de equilibrio encontradas en las secciones de la empresa y el hogar:

Tabla 6: Condiciones de estado estacionario del sistema económico

ECUACIÓN	DEFINICIÓN
$C_{SS}^\sigma L_{SS}^\varphi = \frac{W_{SS}}{P_{SS}}$	Oferta de Trabajo
$\beta \left[(1 - \delta) + \left(\frac{R_{SS}}{P_{SS}} \right) \right] = 1$	Ecuación de Euler
$\delta K_{SS} = I_{SS}$	Ley de Movimiento del Capital
$Y_{SS} = K_{SS}^\alpha L_{SS}^{1-\alpha}$	Función de Producción
$\alpha \frac{Y_{SS}}{K_{SS}} = \frac{R_{SS}}{P_{SS}} \rightarrow \alpha \frac{Y_{SS}}{\frac{R_{SS}}{P_{SS}}} = K_{SS}$	Demanda de Capital
$(1 - \alpha) \frac{Y_{SS}}{L_{SS}} = \frac{W_{SS}}{P_{SS}} \rightarrow (1 - \alpha) \frac{Y_{SS}}{\frac{W_{SS}}{P_{SS}}} = L_{SS}$	Demanda de Trabajo
$P_{SS} = \left(\frac{R_{SS}}{\alpha} \right)^\alpha \cdot \left(\frac{W_{SS}}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha}$	Nivel de Precios

$Y_{SS} = C_{SS} + I_{SS}$	Condición de Equilibrio
----------------------------	-------------------------

Fuente: Elaboración propia con base en Costa (2016).

El sistema definido por las 8 ecuaciones será utilizado para determinar el valor de 8 variables endógenas en el nivel de estado estacionario:⁴⁵

$$(Y_{SS}, C_{SS}, I_{SS}, K_{SS}, L_{SS}, W_{SS}, R_{SS}, P_{SS}) \quad (56)$$

Como primer paso se determinarán los precios (W_{SS}, R_{SS}, P_{SS}), con base en la Ley de Walras. Con el objeto de simplificar el análisis y los resultados, el nivel general de precios de la economía puede ser normalizado:

$$P_{SS} = 1 \quad (57)$$

A partir de este dato, se podrán calcular los resultados para los dos precios restantes:

- Para R_{SS} : $R_{SS} = P_{SS} \left[\left(\frac{1}{\beta} \right) - (1 - \delta) \right]$
- Para W_{SS} : $W_{SS} = (1 - \alpha) P_{SS}^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{\alpha}{R_{SS}} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$

Una vez obtenidos los precios de estado estacionario, se pueden calcular los valores de estado estacionario de las variables I_{SS} y C_{SS} . Las condiciones en el mercado de insumos deben ser satisfechas por la premisa de la competencia perfecta y la Ley de Walras. Por lo tanto, es necesario encontrar el punto de equilibrio entre las ofertas (provistas por los hogares) y las demandas (provistas por las empresas), de insumos de producción (trabajo y capital). De esta forma, si se iguala la oferta y demanda de trabajo y el mismo procedimiento para el capital, se obtendrán los siguientes resultados:

- Para C_{SS} : $C_{SS} = \frac{1}{Y_{SS}^{\frac{\phi}{\sigma}}} \left\{ \frac{W_{SS}}{P_{SS}} \left[\frac{W_{SS}}{P_{SS} (1-\alpha)} \right]^{\phi} \right\}^{\frac{1}{\sigma}}$
- Para I_{SS} : $I_{SS} = \frac{\delta \alpha}{R_{SS}} Y_{SS}$

Por último, se deberá considerar la condición de equilibrio respecto a la demanda agregada:

$$Y_{SS} = C_{SS} + I_{SS} \quad (58)$$

De esa condición, y habiendo obtenido los valores de C_{SS} e I_{SS} se tiene que:

⁴⁵ Para el desarrollo ver el Anexo 3: Ecuaciones de Estado – Estacionario.

$$Y_{SS} = \left(\frac{R_{SS}}{R_{SS} - \delta\alpha} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma+\varphi}} \left\{ \frac{W_{SS}}{P_{SS}} \left[\frac{\frac{W_{SS}}{P_{SS}}}{(1-\alpha)} \right]^{\varphi} \right\}^{\frac{1}{\sigma+\varphi}} \quad (59)$$

Resumiendo, se tienen las ecuaciones del sistema en estado estacionario:

Tabla 7: Ecuaciones de equilibrio de estado estacionario del sistema económico

ECUACIÓN	DEFINICIÓN
$P_{SS} = 1$	Nivel de Precios Normalizados
$A_{SS} = 1$	Choque de Productividad
$R_{SS} = P_{SS} \left[\left(\frac{1}{\beta} \right) - (1 - \delta) \right]$	Retorno del Capital
$W_{SS} = (1 - \alpha) P_{SS}^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{\alpha}{R_{SS}} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$	Salario Real
$Y_{SS} = \left(\frac{R_{SS}}{R_{SS} - \delta\alpha} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma+\varphi}} \left\{ \frac{W_{SS}}{P_{SS}} \left[\frac{\frac{W_{SS}}{P_{SS}}}{(1-\alpha)} \right]^{\varphi} \right\}^{\frac{1}{\sigma+\varphi}}$	Producto
$I_{SS} = \frac{\delta\alpha}{R_{SS}} Y_{SS}$	Inversión
$C_{SS} = \frac{1}{Y_{SS}^{\frac{\varphi}{\sigma}}} \left\{ \frac{W_{SS}}{P_{SS}} \left[\frac{\frac{W_{SS}}{P_{SS}}}{(1-\alpha)} \right]^{\varphi} \right\}^{\frac{1}{\sigma}}$	Consumo
$K_{SS} = \alpha \frac{Y_{SS}}{\frac{R_{SS}}{P_{SS}}}$	Demanda de Capital
$L_{SS} = (1 - \alpha) \frac{Y_{SS}}{\frac{W_{SS}}{P_{SS}}}$	Demanda de Trabajo

Fuente: Elaboración propia con base en Costa (2016).

4.1.4 Sistema Log-Linealizado

Se puede observar que las ecuaciones del sistema propuesto tienen características no-lineales y, por tanto, complican los procedimientos matemáticos. Al respecto, se utilizará la propuesta de Uhlig (2001) para log-linealizar las ecuaciones de comportamiento. El procedimiento se basa en la premisa que los modelos lineales son más sencillos de resolver, pero ante escenarios no-lineales, se requieren aproximaciones lineales razonables. El método de Uhlig plantea una aproximación log-linear alrededor de las ecuaciones de estado estacionario. Este método es aplicable para funciones

que no requieren diferenciación, por lo que es posible reemplazar la variable x_t por $x_{SS}e^{\tilde{x}_t}$, se tiene que:

$$X_t \cong X_{SS}e^{\tilde{x}_t} \quad (60)$$

Donde:

$$\tilde{X}_t = \log X_t - \log X_{SS} \quad (61)$$

El vector $100 \cdot \tilde{X}_t$ indica la diferencia de la variable respecto a su estado estacionario en términos porcentuales (Uhlig, 2001)⁴⁶. A partir de esta regla, se puede obtener el sistema de ecuaciones de comportamiento de la economía en términos log-lineales:

Tabla 8: Ecuaciones de equilibrio de estado estacionario y log-linealizadas del sistema económico

ECUACIÓN		DEFINICIÓN
NO-LINEAL	LOG-LINEAL	
$C_{j,t}^\sigma L_{j,t}^\varphi = \frac{W_t}{P_t}$	$\sigma \tilde{C}_t + \varphi \tilde{L}_t = \tilde{W}_t - \tilde{P}_t$	Oferta de Trabajo
$\beta \left[(1 - \delta) + E_t \left(\frac{R_{t+1}}{P_{t+1}} \right) \right] = \left(\frac{E_t C_{j,t+1}}{C_{j,t}} \right)^\sigma$	$\frac{R_{SS}}{P_{SS}} E_t (\tilde{R}_{t+1} - \tilde{P}_{t+1}) = \frac{\sigma}{\beta} (E_t \tilde{C}_{t+1} - \tilde{C}_t)$	Ecuación de Euler
$K_{j,t+1} = (1 - \delta)K_{j,t} + I_{j,t}$	$\tilde{K}_{t+1} = (1 - \delta)\tilde{K}_t + \delta \tilde{I}_t$	Ley de Movimiento del Capital
$Y_{j,t} = A_t K_{j,t}^\alpha L_{j,t}^{1-\alpha}$	$\tilde{Y}_t = \tilde{A}_t + \alpha \tilde{K}_t + (1 - \alpha)\tilde{L}_t$	Función de Producción
$\alpha \frac{Y_{j,t}}{K_{j,t}} = \frac{R_t}{P_t}$	$\tilde{Y}_t - \tilde{K}_t = \tilde{R}_t - \tilde{P}_t$	Demanda de Capital
$(1 - \alpha) \frac{Y_{j,t}}{L_{j,t}} = \frac{W_t}{P_t}$	$\tilde{Y}_t - \tilde{L}_t = \tilde{W}_t - \tilde{P}_t$	Demanda de Trabajo
$Y_t = C_t + I_t$	$Y_{SS}(\tilde{Y}_t) = C_{SS}(\tilde{C}_t) + I_{SS}(\tilde{I}_t)$	Condición de Equilibrio
$\log A_t = (1 - \rho_A) \log A_{SS} + \rho_A \log A_{t-1} + \epsilon_t$	$\tilde{A}_t = \rho_A \tilde{A}_{t-1} + \epsilon_t$	Choque de Productividad

Fuente: Elaboración propia con base en Costa (2016).

⁴⁶ De igual manera se tienen las siguientes propiedades:

$$e^{(\tilde{x}_t + a\tilde{y}_t)} \approx 1 + \tilde{x}_t + a\tilde{y}_t$$

$$\tilde{x}_t \cdot \tilde{y}_t \approx 0$$

$$E_t [ae^{\tilde{x}_{t+1}}] \approx a + aE_t[\tilde{X}_{t+1}]$$

4.2 Calibración

Se utilizarán los parámetros calculados por diferentes autores a fin de satisfacer las restricciones de cada uno y que además sean aproximados a la economía mexicana. El vector de parámetros viene dado por:

$$\Theta = (\sigma, \varphi, \alpha, \beta, \delta, \rho_A, \sigma_A) \quad (62)$$

Se utilizarán tres fuentes para asignación de valores de los siete parámetros del modelo básico planteado. En primer lugar Serrano (1995) plantea la calibración para México a partir de un modelo de Ciclos Reales inspirado en las características de Plosser (1989). El autor plantea que su aproximación no es incompatible con los ciclos observados en la economía mexicana. La importancia de utilizar esta información radica en que los “parámetros profundos” reflejan el comportamiento de los agentes individuales y pese a la simplicidad de un modelo básico, éste permite mostrar ciertas características importantes de la economía mexicana representada en un modelo de una economía totalmente artificial como es el modelo de Ciclos Económicos Reales.

En segundo lugar, Acevedo (2009) utiliza los valores de usuales para los parámetros de la función de producción con el propósito de estimar el PIB potencial. El autor utiliza los valores de participación del trabajo y capital que son consistentes con la participación promedio de cada factor en la generación del ingreso nacional mexicano. En la Tabla 9 se puede apreciar que las proporciones utilizadas por Acevedo en 2009 son muy similares a las calculadas por Serrano en 1995, lo que refuerza la idea de la existencia de parámetros profundos de la economía.

En último lugar, se realizaron estimaciones con mínimos cuadrados ordinarios para obtener el valor de la autocorrelación del componente aleatorio de choques tecnológicos, así como la elasticidad de la oferta de trabajo de Frisch a partir de una regresión con datos anuales del Instituto Nacional de Estadística y Geografía de México para el periodo 1990 – 2015.⁴⁷

Tabla 9: Calibración de parámetros

PARÁMETRO	SIGNIFICADO	Serrano	Acevedo	Coaquira
σ	Coficiente de Aversión Relativo al Riesgo Constante	0.840	-	-
φ	Elasticidad de la Oferta de Trabajo de Frisch	-	-	0.166
α	Elasticidad del nivel de producción en relación al capital	0.360	0.35	-
β	Factor de Descuento	0.950	-	-
δ	Tasa de Depreciación	0.038	-	-

⁴⁷ Ver Anexo 6: Estimaciones MCO.

PARÁMETRO	SIGNIFICADO	Serrano	Acevedo	Coaquira
ρ_A	Parámetro Autoregresivo de la Productividad	0.860	-	0.913
σ_A	Desviación Estándar de la Productividad	0.026	-	0.018

Fuente: Elaboración en base a Serrano (1995) , Acevedo (2009) y estimaciones propias con datos del INEGI y CEPAL

En el entendido que los valores que se utilizarán corresponderán a parámetros con fundamentos microeconómicos de la economía, el vector a utilizar es:

$$\Theta = (0.840, 0.166, 0.350, 0.950, 0.038, 0.913, 0.018) \quad (63)$$

A partir de los valores del vector Θ se pueden calcular los valores teóricos de estado estacionario los cuales vienen reportados en la siguiente tabla:

Tabla 10: Valores teóricos de equilibrio de estado estacionario

ECUACIÓN	VALOR
P_{SS}	1
A_{SS}	1
$R_{SS} = P_{SS} \left[\left(\frac{1}{\beta} \right) - (1 - \delta) \right]$	0.205
$W_{SS} = (1 - \alpha) P_{SS}^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{\alpha}{R_{SS}} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$	0.868
$Y_{SS} = \left(\frac{R_{SS}}{R_{SS} - \delta\alpha} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma+\varphi}} \left\{ \frac{W_{SS}}{P_{SS}} \left[\frac{W_{SS}}{P_{SS}} \right]^{\varphi} \right\}^{\frac{1}{\sigma+\varphi}}$	1,171
$I_{SS} = \frac{\delta\alpha}{R_{SS}} Y_{SS}$	0,305
$C_{SS} = \frac{1}{Y_{SS}^{\frac{\varphi}{\sigma}}} \left\{ \frac{W_{SS}}{P_{SS}} \left[\frac{W_{SS}}{P_{SS}} \right]^{\varphi} \right\}^{\frac{1}{\sigma}}$	0,867
$K_{SS} = \alpha \frac{Y_{SS}}{\frac{R_{SS}}{P_{SS}}}$	2.003
$L_{SS} = (1 - \alpha) \frac{Y_{SS}}{\frac{W_{SS}}{P_{SS}}}$	0.887

Fuente: Elaboración propia.

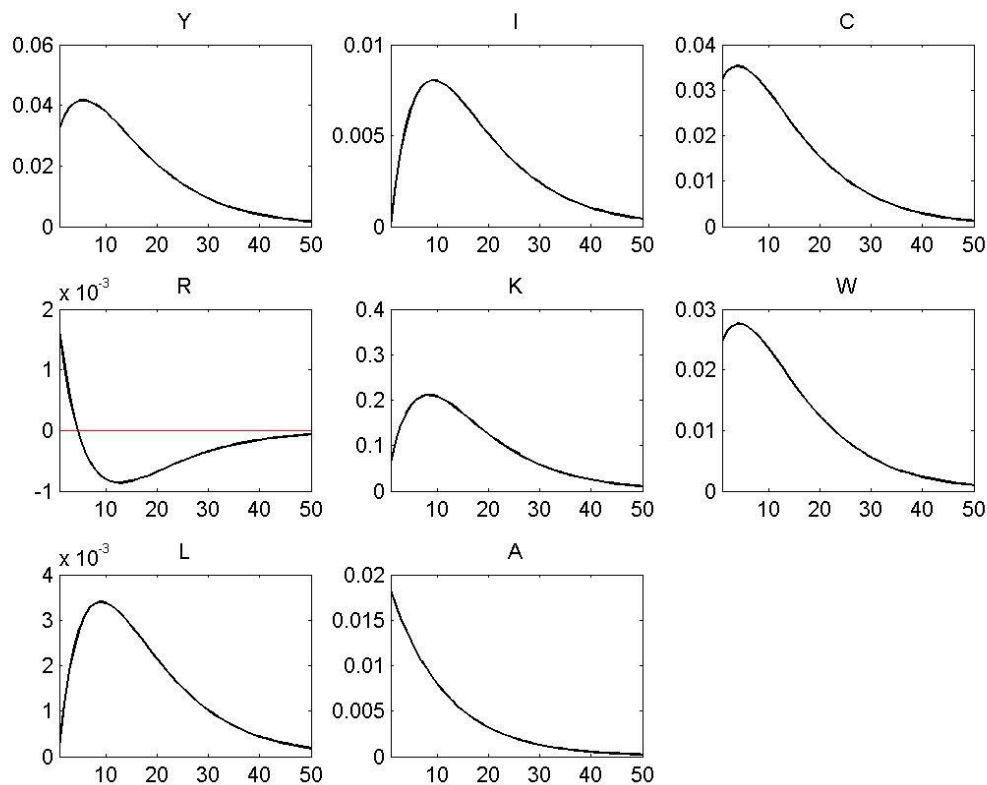
Se espera que los choques de tecnología generen desviaciones de las variables respecto a estos valores de estado estacionario calculados. Es decir, que las funciones impulso respuesta representarán la reacción de la variable como porcentaje del estado estacionario.

4.3 Resultados: Funciones Impulso-Respuesta y Simulaciones

Como resultado de la asignación de parámetros al modelo deducido analíticamente en la sección anterior se obtuvieron las funciones impulso respuesta de las variables endógenas frente a un choque no persistente de tecnología. El ejercicio busca cuantificar la magnitud de la desviación respecto al estado estacionario y analizar la pro-ciclicidad o contra-ciclicidad de cada variable. Se presentarán 3 gráficos. El Gráfico 3 muestra los resultados para las ocho variables endógenas como respuesta al choque tecnológico positivo. Posteriormente, se realizan dos ejercicios de sensibilidad frente a cambios en los parámetros ρ_A (rho) y δ (delta), los cuales se muestran en el Gráfico 4 y el Gráfico 5 respectivamente. En ambos casos, el análisis busca visualizar la sensibilidad de las variables frente a cambios en los coeficientes. Por un lado, ρ_A mide la ponderación que tiene la productividad total de los factores en periodos pasados y por consiguiente los choques de tecnología que ocurrieron en el pasado, mientras que δ se constituye en el parámetro que regula la ley de movimiento del capital en tanto que, la acumulación de capital será mayor a valores bajos de delta y el caso inverso si los valores se incrementan. Debe recordarse que ambos parámetros son acotados por la teoría económica: $|\rho_A| < 1$ y $0 < \delta < 1$.

- Funciones Impulso-Respuesta

Gráfico 3: Función Impulso-Respuesta

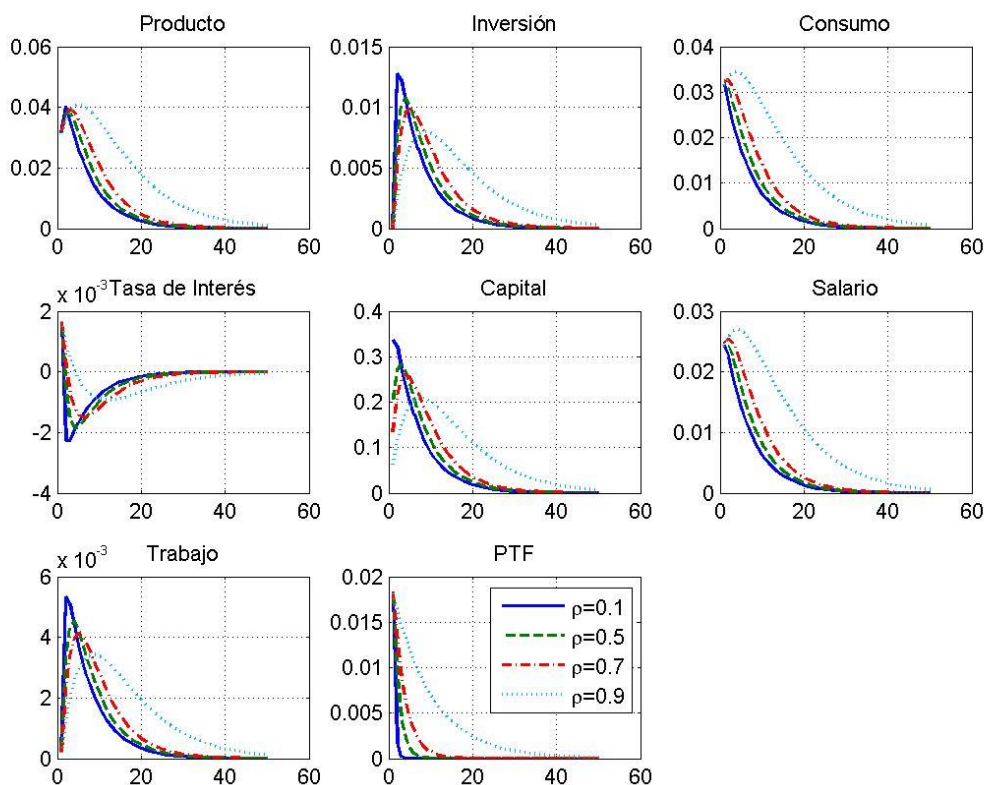


Fuente: Elaboración propia.

Las funciones impulso-respuesta para 50 periodos muestran que todas las variables tienen una respuesta positiva y significativa ante un choque aleatorio de tecnología excepto la tasa de interés, que muestra un comportamiento contra-cíclico. El eje de las abscisas muestra el tiempo que la variable tarda en retornar a su nivel de estado-estacionario. Por otro lado, el eje de las ordenadas muestra la amplitud de la desviación como porcentaje del nivel de estado estacionario.

La dinámica del sistema comienza una vez que se emite el impulso que corresponde a un choque tecnológico positivo. El Gráfico 3 muestra que el choque genera una reacción positiva inmediata en la productividad total de los factores (A). Este choque genera una FIR positiva y jorobada en los factores de producción (K, L), lo que posteriormente se refleja en la producción agregada (Y). El choque genera un incremento de las horas trabajadas (L), aproximadamente hasta el año 10 y también un incremento de los salarios reales (W). Este resultado concuerda con la noción que luego del choque se evidenciará un efecto sustitución entre ocio y consumo, para que luego de un tiempo dicho efecto se neutralice y el efecto riqueza tenga mayor efecto en el sistema. El choque también muestra que la acumulación del capital (K) se incrementa debido a la caída de la tasa de interés (R). Es interesante notar que el punto de inflexión en las FIR se encuentra alrededor del periodo 10, momento en que se acentúa la tendencia hacia el estado estacionario.

Gráfico 4: Función Impulso-Respuesta con diferentes coeficientes rho

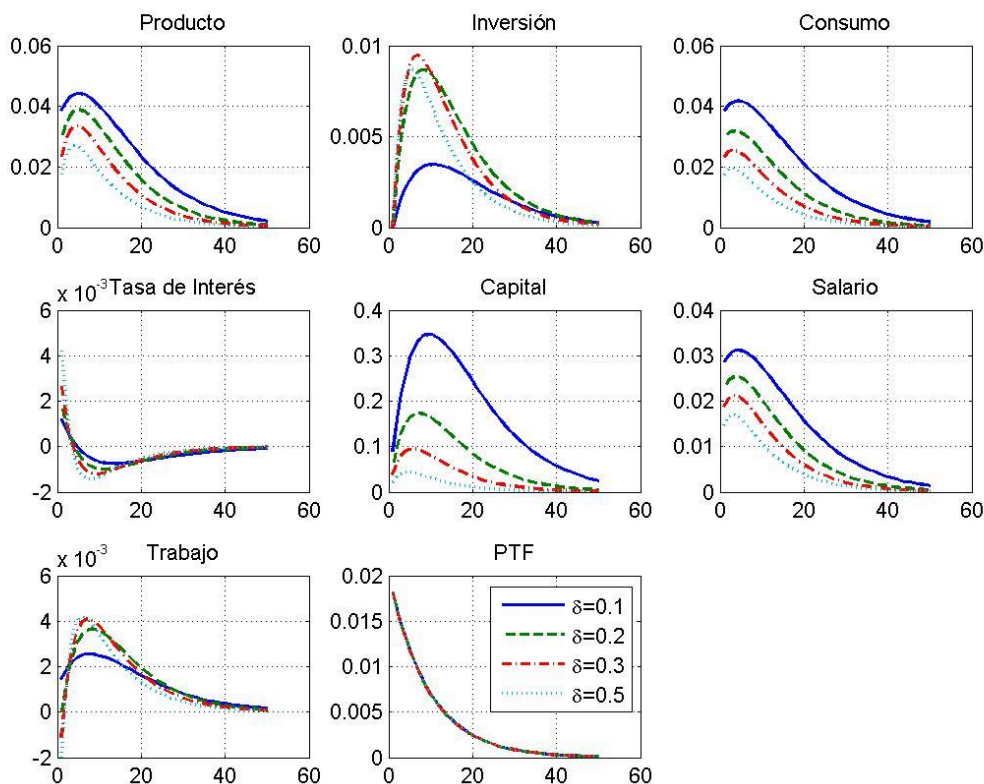


Fuente: Elaboración propia.

El Gráfico 4 muestra la sensibilidad del sistema ante un cambio en el coeficiente ρ_A (rho). Se puede evidenciar que todas las variables son sensibles ante un cambio en el parámetro γ , por tanto, la propagación del impulso si es evidente en todo el sistema. A medida que los choques en la productividad tienen menos peso para los valores actuales (es decir que $\rho_A \rightarrow 0$) significa que el choque se disipa o tiene efecto en el muy corto plazo. En otras palabras, el choque tiene fuerza en los periodos posteriores inmediatos únicamente. Por ejemplo, con $\rho_A = 0.1$ el impulso genera una reacción positiva de aproximadamente cinco periodos, luego el sistema tiene a su nivel de estado estacionario. En el caso opuesto (y muy parecido al calibrado para México) $\rho_A = 0.9$, el efecto del choque positivo se extiende hasta los diez primeros periodos para luego retornar a su nivel de estado estacionario.

En este análisis de sensibilidad también se puede evidenciar cómo el valor más alto de ρ_A tiene un efecto positivo y fuerte en comparación con el resto de valores probados en este ejercicio. Incluso las FIR de las variables con $\rho_A = 0.7$ se encuentran con valores muy cercanos al resto de valores probados.

Gráfico 5: Función Impulso-Respuesta con diferentes coeficientes delta



Fuente: Elaboración propia.

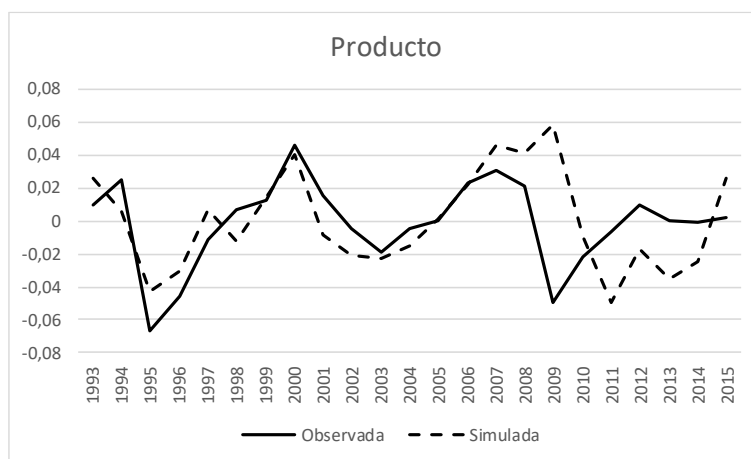
El Gráfico 5 muestra que el sistema es sensible a valores bajos en la tasa de depreciación. Sin embargo, llama la atención que los choques la productividad total de factores es insensible ante

cambios de este coeficiente. De manera opuesta, la acumulación en el acervo de capital y la inversión muestran marcadas diferencias frente a los diferentes valores de delta. Es muy evidente que la acumulación de capital es la variable más sensible debido a su estrecha relación teórica. No es de extrañar que, con tasas de depreciación muy bajas, la acumulación de capital nuevo sea mayor y más prolongado.

- Simulación

El Gráfico 6 muestra la comparación de los datos observados y la simulación⁴⁸ del componente cíclico⁴⁹ para la producción agregada. En este caso, el sistema permite visualizar cierta semejanza con los datos reales, sobre todo para el periodo 1993-2006. Luego, los datos simulados tienden a mostrar un patrón rezagado de por lo menos dos años y con magnitudes mayores. El Anexo 7: **Simulaciones de las Series de Tiempo** muestra los resultados para todas las variables simuladas. En dicho anexo se puede apreciar que solo la producción, el consumo, la productividad total de factores y los salarios han logrado ser simulados con cierta similitud a los datos reales. El resto de variables (I, L, R, K) no tienen resultados positivos.

Gráfico 6: Fluctuaciones observadas y simuladas



Fuente: Elaboración propia.

- Comparación de Momentos

Kydland y Prescott (1982) y los sucesores de la teoría de los Ciclos Económicos Reales, proponen analizar los resultados de las economías artificiales planteadas por los modelos respecto a los datos observados mediante la comparación de los momentos estadísticos que ambos procesos generan

⁴⁸ Se realizó un ejercicio de 100 simulaciones del sistema. El cuadro corresponde a la simulación número 69 por reflejar de mejor manera los datos observados para la producción, consumo, productividad de factores y salarios.

⁴⁹ Se utilizó de manera homogénea a todas las variables el filtro Hodrick-Prescott con $\lambda = 100$ usual para datos anuales.

(real y artificial). En este sentido, la Tabla 11 muestra este procedimiento como forma de verificación de resultados.

Tabla 11: Comparación de Momentos

Variable	Media		Desviación Estándar	
	Simulada	Observada	Simulada	Observada
Y	0,000000	-0,001105	0,030091	0,026426
I	0,000000	-0,004016	0,004310	0,085503
C	0,000000	-0,001788	0,029426	0,035496
R	0,000000	0,000000	0,001893	0,016129
K	0,000000	0,000354	0,102292	0,006222
W	0,000000	0,001133	0,022563	0,055747
L	0,000000	-0,000546	0,001794	0,022376
A	0,000000	-0,000826	0,016947	0,016374

Fuente: Elaboración propia

Se puede observar que las variables simuladas de producción, consumo, salarios y productividad total de factores tienen momentos estadísticos similares a los observados. El resto de variables presentan valores muy dispares respecto a los datos observados.

Ante el débil desempeño de algunas variables surgen dos hipótesis para poder explicar dicho comportamiento. Una posible causa puede deberse a la forma funcional específicas para la utilidad y la producción. En la sección referida al ambiente económico se hizo mención a las funciones de utilidad y producción más populares en la literatura. Cabe resaltar que dichas formas funcionales específicas se corresponden con esquemas teóricos específicos sobre aspectos en el mercado laboral o la forma en que se producen los bienes finales.

Una segunda hipótesis se refiere al análisis de los mecanismos de propagación del impulso. Es importante analizar si el modelo básico construido representa de la mejor forma los canales de conexión entre las variables analizadas. Esta hipótesis abre la posibilidad de analizar el sistema económico haciéndolo más complejo incorporando el sector gubernamental, el sector externo y el sistema financiero. Esta alternativa más compleja, implica considerar mayores fuentes de impulsos a parte de los choques de tecnología. De la misma forma, la introducción de rasgos propios de la Nueva Economía Keynesiana podría explicar mejor las fluctuaciones en todas las variables económicas.

5 Conclusiones

EL documento pretende desarrollar y ejemplificar las características teóricas y prácticas de las fluctuaciones económicas a partir de la teoría de los Ciclos Económicos Reales. Para tal propósito se han mostrado las ideas centrales de las escuelas predecesoras ortodoxas como la Monetarista y la Neoclásica. Se ha encontrado que algunas ideas como la hipótesis de la tasa natural de crecimiento o la formación de expectativas racionales ha sido fundamental para el surgimiento de la teoría de los Ciclos Reales en tanto que ésta se puede concebir como la síntesis de toda la agenda neoclásica, ya que unifica las ideas sobre expectativas, crecimiento de largo plazo, fluctuaciones a corto plazo, agentes representativos racionales, inexistencia de dinero y gobierno y, sobre todo el retorno de la oferta como motor de la economía a corto y largo plazo.

Se ha encontrado que la teoría de los Ciclos Económicos Reales ha requerido redefinir conceptos como los ciclos o la econometría para poder construir una teoría internamente coherente y además vinculada con la investigación empírica. Este planteamiento pretende reforzar la idea sobre el vínculo que debe existir entre los sistemas teóricos económicos y la evidencia empírica, definida con un método específico.

Respecto al ejercicio de simulación para la economía mexicana, se evidenció que el desempeño del modelo planteado es regular debido a que no todas las variables endógenas pudieron ser simuladas con éxito. Pero el ejercicio también evidencia que la simulación de la producción agregada, como variable central en el análisis económico, ha sido exitosa. Es interesante resaltar, que las funciones impulso-respuesta coinciden con la categorización de prociclicidad o contraciclicidad para las variables utilizadas. En este sentido, se considera que las FIR son una forma novedosa de analizar a las fluctuaciones económicas a diferencia de la visión tradicional también presentada en este trabajo.

Estos resultados también evidencian la existencia latente de las críticas formuladas hacia estos modelos. Por ejemplo, aún se carece de un método que permita probar la bondad de ajuste de los datos simulados con los observados.

Como sentenciaron Kydland y Prescott (1982) al iniciar su artículo, el vino (al igual que las teorías) no es hechos en un día, sino que es resultado de una conjugación de tiempo de maduración. La agenda de investigación de la teoría de los Ciclos Económicos Reales es una corriente de pensamiento que domina el pensamiento de la economía tradicional y ha permeado en las instituciones públicas más importantes como la banca central. Es en este sentido se propone, como agenda pendiente de investigación, profundizar los modelos de Ciclos Reales con más sectores y diferentes especificaciones en las formas funcionales de las ecuaciones de comportamiento. Así mismo, queda pendiente evidenciar los diferentes modelos de la Nueva Economía Keynesiana que tienen origen en las ideas neoclásicas planteadas (microfundamentos, expectativas racionales, equilibrio general, etc). El presente documento también busca iniciar una agenda más grande en la investigación sobre las fluctuaciones económicas donde también se dé cabida a ideas heterodoxas en la explicación del fenómeno cíclico de la economía con el propósito de encontrar planteamientos que retroalimenten el pensamiento de cada teoría, pero también que permitan innovar al interior de cada una, como un mecanismo de enriquecimiento de la teoría económica en general.

Referencias

- Acevedo Fernández, E. (2009). PIB Potencial y Productividad Total de los Factores: Recesiones y Expansiones en México. *Economía mexicana: Nueva Época, XVIII(2)*, 175–219. Recuperado a partir de http://www.economiamexicana.cide.edu/indice_articulos.html
- Argandoña, A., Gámez, C., & Mochón, F. (1997). *Macroeconomía Avanzada II* (1ra ed.). Madrid, España: McGraw-Hill.
- Arnold, L. G. (2002). *Business cycle theory*. New York, United States: Oxford University Press.
- Baeza, W. (2004). Brecha del producto: una medida basada en modelos. Recuperado a partir de <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/3791>
- Baxter, M., & King, R. G. (1995). Measuring Business Cycles Approximate Band-Pass Filters for Economic Time Series. *National Bureau of Economic Research Working Paper Series, No. 5022*. <https://doi.org/10.3386/w5022>
- Brock, W. A., & Mirman, L. J. (1972). Optimal economic growth and uncertainty: The discounted case. *Journal of Economic Theory*, 4(3), 479–513. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0022-0531\(72\)90135-4](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0022-0531(72)90135-4)
- Burns, A. F., & Mitchell, W. C. (1946). *Measuring Business Cycles*. NBER Books (Vol. I). <https://doi.org/10.2307/1882698>
- Cass, D. (1965). Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation. *The Review of Economic Studies*, 32(3), 233–240. <https://doi.org/10.2307/2295827>
- Christiano, L. J., & Fitzgerald, T. J. (1999). The Band Pass Filter. *National Bureau of Economic Research Working Paper Series, No. 7257*. <https://doi.org/10.3386/w7257>
- Coaquira, G. (2012). *Estimación de la Brecha del Producto y el PIB Potencial: Un análisis para el caso boliviano*. Universidad Católica Boliviana “San Pablo”.
- Cogley, T., & Nason, J. M. (1995). Effects of the Hodrick-Prescott filter on trend and difference stationary time series Implications for business cycle research. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 19(1–2), 253–278. [https://doi.org/10.1016/0165-1889\(93\)00781-X](https://doi.org/10.1016/0165-1889(93)00781-X)
- Costa, C. (2016). *Understanding DSGE models* (1st ed.). Wilmington, United States: Vernon Press.
- Friedman, M. (1968). The Role of Monetary Policy. *The American Economic Review*, 58(1), 1–17. Recuperado a partir de <http://www.jstor.org/stable/1831652>
- Frisch, R. (1933). Propagation Problems and Impulse Problems in Dynamic Economics (in Economic Essays in Honour of Gustav Cassel, Allen Unwin, London, 1933, pp. 171–3, 181–90, 197–203). En D. F. Hendry & M. S. Morgan (Eds.), *The Foundations of Econometric Analysis* (pp. 333–346). Cambridge: Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9781139170116.032>
- Galindo, H., & Montecinos, A. (2017). *Tomo I: Macrodinámica - Modelos de Ciclos Económicos Reales* (1st. ed.). Recuperado a partir de hamiltongalindo.com
- Grunberg, E., & Modigliani, F. (1954). The Predictability of Social Events. *Journal of Political Economy*, 62(6), 465–478. Recuperado a partir de <http://www.jstor.org/stable/1827103>

- Hartley, J. E., Hoover, K. D., & Salyer, K. D. (1998). The limits of business cycle research. En *Real Business Cycles: A Reader*. New York, United States: Routledge.
- Harvey, A. C., & Jaeger, A. (1993). Detrending, Stylized Facts and the Business Cycle. *Journal of Applied Econometrics*, 8(3), 231–247. Recuperado a partir de <http://www.jstor.org/stable/2284917>
- Hodrick, R. J., & Prescott, E. C. (1997). Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation. *Journal of Money, Credit and Banking*, 29(1), 1–16. <https://doi.org/10.2307/2953682>
- Hurwicz, L. (1947). Reviewed Work: Measuring Business Cycles. by Arthur F. Burns and Wesley C. Mitchell. *Journal of the American Statistical Association*, 42(239), 461–467. <https://doi.org/10.2307/2280551>
- Keynes, J. M. (1936). *Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero* (ed. 2014). Ciudad de México, México: Fondo de Cultura Económica.
- King, R. G., Plosser, C. I., & Rebelo, S. T. (1988). Production, growth and business cycles: I. The basic neoclassical model. *Journal of Monetary Economics*, 21(2–3), 195–232. [https://doi.org/10.1016/0304-3932\(88\)90030-X](https://doi.org/10.1016/0304-3932(88)90030-X)
- King, R. G., Plosser, C. I., & Rebelo, S. T. (2002). Production, Growth and Business Cycles: Technical Appendix. *Computational Economics*, 20(1), 87–116. <https://doi.org/10.1023/A:1020529028761>
- Knoop, T. A. (2015). *Business Cycle Economics: Understanding recessions and depressions from boom to bust*. Santa Barbara, United States: Praeger.
- Koopmans, T. (1963). *On the Concept of Optimal Economic Growth* (Cowles Foundation Discussion Papers). Cowles Foundation for Research in Economics, Yale University. Recuperado a partir de <http://cowles.yale.edu/sites/default/files/files/pub/d01/d0163.pdf>
- Koopmans, T. C. (1949). The Econometric Approach to Business Fluctuations. *The American Economic Review*, 39(3), 64–72. Recuperado a partir de <http://www.jstor.org/stable/1831734>
- Kydland, F. E., & Prescott, E. C. (1982). Time to Build and Aggregate Fluctuations. *Econometrica*, 50(6), 1345–1370. <https://doi.org/10.2307/1913386>
- Kydland, F. E., & Prescott, E. C. (1991). The Econometrics of the General Equilibrium Approach to Business Cycles. *The Scandinavian Journal of Economics*, 93(2), 161–178. <https://doi.org/10.2307/3440324>
- Long John B., & Plosser, C. I. (1983). Real Business Cycles. *Journal of Political Economy*, 91(1), 39–69. <https://doi.org/10.1086/261128>
- Lucas, R. E. (1976). Econometric policy evaluation: A critique. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 1(C), 19–46. [https://doi.org/10.1016/S0167-2231\(76\)80003-6](https://doi.org/10.1016/S0167-2231(76)80003-6)
- McCandless, G. (2008). *The ABCs of RBCs: An introduction to Dynamic Macroeconomic Models* (1 ed). Cambridge, Massachusetts, and London, England: Harvard University Press.
- Muth, J. F. (1961). Rational Expectations and the Theory of Price Movements. *Econometrica*, 29(3), 315–335. <https://doi.org/10.2307/1909635>

- Nelson, C. R., & Plosser, C. R. (1982). Trends and random walks in macroeconomic time series: Some evidence and implications. *Journal of Monetary Economics*, 10(2), 139–162. [https://doi.org/10.1016/0304-3932\(82\)90012-5](https://doi.org/10.1016/0304-3932(82)90012-5)
- Phelps, E. (1961). The Golden Rule of Accumulation: A Fable for Growthmen. *The American Economic Review*, 51(4), 638–643. Recuperado a partir de <http://www.jstor.org/stable/1812790>
- Plosser, C. I. (1989). Understanding Real Business Cycles. *The Journal of Economic Perspectives*, 3(3), 51–77. Recuperado a partir de <http://www.jstor.org/stable/1942760>
- Prescott, E. C. (1986). Theory ahead of business-cycle measurement. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 25, 11–44. [https://doi.org/10.1016/0167-2231\(86\)90035-7](https://doi.org/10.1016/0167-2231(86)90035-7)
- Ramsey, F. P. (1928). A Mathematical Theory of Saving. *The Economic Journal*, 38(152), 543–559. <https://doi.org/10.2307/2224098>
- Rodríguez, S., Álvarez, I., & Da Silva, N. (2008). *Producto potencial y brecha de producto en Uruguay*. Montevideo, Uruguay. Recuperado a partir de <http://www.iesta.edu.uy/wp-content/uploads/2010/03/0801.pdf>
- Rodríguez Nava, A., Vásquez García, A. R., & Venegas Martínez, F. (2011). Rigideces de precios en modelos de política monetaria: Nueva Macroeconomía Clásica, Nueva Economía Keynesiana y Nuevos Monetaristas. En I. Perrotini Hernández (Ed.), *Economía: Teoría y Métodos* (p. 357). Puebla, México: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla - Facultad de Economía.
- Rodríguez Nava, A., & Venegas Martínez, F. (2011). Sobre la Nueva Macroeconomía Clásica y la Nueva Economía Keynesiana: un análisis crítico frente a los acontecimientos de 2007-2009. En S. Padilla Hernández (Ed.), *Avances recientes en teoría y práctica económica Volumen 2* (p. 142). Ciudad de México, México: Instituto Politécnico Nacional - Escuela Superior de Economía.
- Romer, D. (2012). *Advanced Macroeconomics* (4th ed.). New York, United States: McGraw-Hill.
- Serrano Landeros, J. (1995). *Un Modelo de Ciclos Reales para la Economía Mexicana*. El Colegio de México.
- Shaw, E. S. (1947). Burns and Mitchell on Business Cycles. *Journal of Political Economy*, 55(4), 281–298. Recuperado a partir de <http://www.jstor.org/stable/1826221>
- Sherman, H. J. (1967). Marx and the Business Cycle. *Science & Society*, 31(4), 486–504. Recuperado a partir de <http://www.jstor.org/stable/40401313>
- Snowdon, B., & Vane, H. R. (2005). *Modern Macroeconomics: Its Origins, Development and Current State* (1st. ed.). Cheltenham, UK & Northampton, MA, USA: Edward Elgar.
- Solow, R. M. (1956). A Contribution to the Theory of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics*, 70(1), 65–94. <https://doi.org/10.2307/1884513>
- Solow, R. M. (1957). Technical Change and the Aggregate Production Function. *The Review of Economics and Statistics*, 39(3), 312–320. <https://doi.org/10.2307/1926047>
- Uhlig, H. (2001). A toolkit for analysing nonlinear dynamic stochastic models easily. En R. Marimon

& A. Scott (Eds.), *Computational Methods for the Study of Dynamic Economies* (1st ed., pp. 30–61). Oxford Univ Press. <https://doi.org/10.1093/0199248273.001.0001>

Vargas, J. P. M. (2010). Análisis del crecimiento y ciclos económicos: Una aplicación general para Bolivia. *Revista de Análisis del Banco Central de Bolivia*, 13, 9–47. Recuperado a partir de https://www.bcb.gob.bo/webdocs/publicacionesbcb/revista_analisis/ra_vol13/capitulo1.pdf

Young, W. (2014). *Real Business Cycle Models in Economics. Real Business Cycle Models in Economics*. New York, United States: Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315857541>

Anexo 1: Resolución del problema del hogar

El problema del hogar es:

$$\max_{C_{j,t}, L_{j,t}, K_{j,t+1}} E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{C_{j,t}^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{L_{j,t}^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right)$$

Sujeto a:

$$P_t(C_{j,t} + I_{j,t}) = W_t L_{j,t} + R_t K_{j,t} + \Pi_t$$

Sabiendo que la Ley de Movimientos del capital es $K_{j,t+1} = (1 - \delta)K_{j,t} + I_{j,t}$, se despeja $I_{j,t}$ y luego se reemplaza en la restricción:

$$\begin{aligned} P_t(C_{j,t} + K_{j,t+1} - (1 - \delta)K_{j,t}) &= W_t L_{j,t} + R_t K_{j,t} + \Pi_t \\ P_t C_{j,t} + P_t K_{j,t+1} - P_t(1 - \delta)K_{j,t} &= W_t L_{j,t} + R_t K_{j,t} + \Pi_t \end{aligned}$$

El lagrangiano viene dado por:

$$\mathcal{L} = E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \left[\frac{C_{j,t}^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{L_{j,t}^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right] - \lambda_{j,t} [P_t C_{j,t} + P_t K_{j,t+1} - P_t(1 - \delta)K_{j,t} - W_t L_{j,t} - R_t K_{j,t} - \Pi_t] \right\}$$

Debido a que este es una expresión de suma temporal, se expresará de manera extensiva:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = E_t \left(\beta^0 \left\{ \left[\frac{C_{j,1}^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{L_{j,1}^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right] - \lambda_{j,1} [P_1 C_{j,1} + P_1 K_{j,2} - P_1(1 - \delta)K_{j,1} - W_1 L_{j,1} - R_1 K_{j,1} - \Pi_1] \right\} \right. \\ + \beta^1 \left\{ \left[\frac{C_{j,2}^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{L_{j,2}^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right] - \lambda_{j,2} [P_2 C_{j,2} + P_2 K_{j,3} - P_2(1 - \delta)K_{j,2} - W_2 L_{j,2} - R_2 K_{j,2} - \Pi_2] \right\} \\ + \beta^2 \left\{ \left[\frac{C_{j,3}^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{L_{j,3}^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right] - \lambda_{j,3} [P_3 C_{j,3} + P_3 K_{j,4} - P_3(1 - \delta)K_{j,3} - W_3 L_{j,3} - R_3 K_{j,3} - \Pi_3] \right\} + \dots \\ + \beta^t \left\{ \left[\frac{C_{j,t}^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{L_{j,t}^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right] - \lambda_{j,t} [P_t C_{j,t} + P_t K_{j,t+1} - P_t(1 - \delta)K_{j,t} - W_t L_{j,t} - R_t K_{j,t} - \Pi_t] \right\} \\ + \beta^{t+1} \left\{ \left[\frac{C_{j,t+1}^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{L_{j,t+1}^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right] \right. \\ \left. - \lambda_{j,t+1} [P_{t+1} C_{j,t+1} + P_{t+1} K_{j,t+2} - P_{t+1}(1 - \delta)K_{j,t+1} - W_{t+1} L_{j,t+1} - R_{t+1} K_{j,t+1} - \Pi_{t+1}] \right\} + \dots \Big) \end{aligned}$$

Se procederá a calcular las condiciones de primer orden del consumo, trabajo y capital.

- Consumo

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_{j,t}} &= E_t \left(\beta^t \left\{ \left[\frac{(1-\sigma)C_{j,t}^{1-\sigma-1}}{1-\sigma} \right] - \lambda_{j,t} P_t \right\} \right) \\ E_t(\beta^t \{C_{j,t}^{-\sigma} - \lambda_{j,t} P_t\}) &= 0 \\ \beta^t \{E_t C_{j,t}^{-\sigma} - \lambda_{j,t} E_t P_t\} &= 0 \\ \mathbf{C_{j,t}^{-\sigma} - \lambda_{j,t} P_t} &= \mathbf{0} \end{aligned}$$

- Trabajo

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_{j,t}} &= E_t \left(\beta^t \left\{ \left[-\frac{(1+\varphi)L_{j,t}^{1+\varphi-1}}{1+\varphi} \right] - \lambda_{j,t} W_t \right\} \right) \\ E_t(\beta^t \{-L_{j,t}^{\varphi} + \lambda_{j,t} W_t\}) &= 0 \\ \beta^t \{-E_t L_{j,t}^{\varphi} + \lambda_{j,t} E_t W_t\} &= 0 \\ \mathbf{-L_{j,t}^{\varphi} + \lambda_{j,t} W_t} &= \mathbf{0} \end{aligned}$$

- Capital

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_{j,t+1}} &= E_t(\beta^t \{-\lambda_{j,t} P_t\} + \beta^{t+1} \{\lambda_{j,t+1} P_{t+1}(1 - \delta) + \lambda_{j,t+1} R_{t+1}\}) \\ E_t(\beta^t \{-\lambda_{j,t} P_t\} + \beta^t \beta^1 \{\lambda_{j,t+1} P_{t+1}(1 - \delta) + \lambda_{j,t+1} R_{t+1}\}) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_t(\beta^t\{-\lambda_{j,t}P_t + \beta[\lambda_{j,t+1}P_{t+1}(1-\delta) + \lambda_{j,t+1}R_{t+1}]\}) &= 0 \\
E_t(\beta^t\{-\lambda_{j,t}P_t + \beta\lambda_{j,t+1}[P_{t+1}(1-\delta) + R_{t+1}]\}) &= 0 \\
\beta^t\{-\lambda_{j,t}E_tP_t + \beta E_t\lambda_{j,t+1}[E_tP_{t+1}(1-\delta) + E_tR_{t+1}]\} &= 0 \\
-\lambda_{j,t}P_t + \beta E_t\lambda_{j,t+1}[E_tP_{t+1}(1-\delta) + E_tR_{t+1}] &= 0
\end{aligned}$$

Por lo tanto, se tiene el sistema de ecuaciones de las condiciones de primer orden:

$$\begin{aligned}
C_{j,t}^{-\sigma} - \lambda_{j,t}P_t &= 0 \\
-L_{j,t}^\varphi + \lambda_{j,t}W_t &= 0 \\
-\lambda_{j,t}P_t + \beta E_t\lambda_{j,t+1}[E_tP_{t+1}(1-\delta) + E_tR_{t+1}] &= 0
\end{aligned}$$

Se deriva la oferta de trabajo a partir de las dos primeras ecuaciones

$$\begin{aligned}
\frac{C_{j,t}^{-\sigma}}{P_t} &= \lambda_{j,t} \\
\frac{L_{j,t}^\varphi}{W_t} &= \lambda_{j,t}
\end{aligned}$$

Igualando ambas ecuaciones:

$$\begin{aligned}
\frac{C_{j,t}^{-\sigma}}{P_t} &= \frac{L_{j,t}^\varphi}{W_t} \\
\frac{W_t}{P_t} &= \frac{L_{j,t}^\varphi}{C_{j,t}^{-\sigma}} \\
\frac{W_t}{P_t} &= L_{j,t}^\varphi C_{j,t}^\sigma \\
C_{j,t}^\sigma L_{j,t}^\varphi &= \frac{W_t}{P_t}
\end{aligned}$$

A partir de las ecuaciones de oferta de trabajo, se calculará la ecuación de Euler, es decir la Tasa Marginal de Sustitución inter-temporal del consumo y su precio relativo.

Se parte de la igualdad $\frac{C_{j,t}^{-\sigma}}{P_t} = \lambda_{j,t}$. Si adelantamos un periodo, esta misma ecuación es: $\frac{C_{j,t+1}^{-\sigma}}{P_{t+1}} = \lambda_{j,t+1}$

Se reemplazan estas dos ecuaciones en la tercera condición de primer orden (la que corresponde al capital):

$$\begin{aligned}
\frac{C_{j,t}^{-\sigma}}{P_t} &= \lambda_{j,t} \\
\frac{C_{j,t+1}^{-\sigma}}{P_{t+1}} &= \lambda_{j,t+1} \\
-\lambda_{j,t}P_t + \beta E_t\lambda_{j,t+1}[E_tP_{t+1}(1-\delta) + E_tR_{t+1}] &= 0
\end{aligned}$$

Por tanto:

$$\begin{aligned}
-\frac{C_{j,t}^{-\sigma}}{P_t}P_t + \beta E_t\frac{C_{j,t+1}^{-\sigma}}{P_{t+1}}[E_tP_{t+1}(1-\delta) + E_tR_{t+1}] &= 0 \\
-C_{j,t}^{-\sigma} + \beta E_t\frac{C_{j,t+1}^{-\sigma}}{P_{t+1}}[E_tP_{t+1}(1-\delta) + E_tR_{t+1}] &= 0 \\
-C_{j,t}^{-\sigma} + \beta E_t\frac{C_{j,t+1}^{-\sigma}}{P_{t+1}}[P_{t+1}(1-\delta) + R_{t+1}] &= 0 \\
\beta E_t\frac{C_{j,t+1}^{-\sigma}}{P_{t+1}}[P_{t+1}(1-\delta) + R_{t+1}] &= C_{j,t}^{-\sigma} \\
\beta E_tC_{j,t+1}^{-\sigma}(1-\delta) + \beta E_tC_{j,t+1}^{-\sigma}\frac{R_{t+1}}{P_{t+1}} &= C_{j,t}^{-\sigma} \\
\beta(1-\delta) + \beta E_t\left(\frac{R_{t+1}}{P_{t+1}}\right) &= \frac{C_{j,t}^{-\sigma}}{E_tC_{j,t+1}^{-\sigma}} \\
\beta\left[(1-\delta) + E_t\left(\frac{R_{t+1}}{P_{t+1}}\right)\right] &= \left(\frac{E_tC_{j,t+1}^{-\sigma}}{C_{j,t}^{-\sigma}}\right)^\sigma
\end{aligned}$$

Anexo 2: Resolución del problema de la empresa

El problema de la empresa es:

$$\max_{L_{j,t}, K_{j,t}} \Pi_{j,t} = A_t K_{j,t}^\alpha L_{j,t}^{1-\alpha} \cdot P_t - W_t \cdot L_{j,t} - R_t \cdot K_{j,t}$$

Para resolver este problema, se deben calcular las condiciones de primer orden del capital y trabajo:

- Capital: $\frac{\partial \Pi_{j,t}}{\partial K_{j,t}} = \alpha A_t K_{j,t}^{\alpha-1} L_{j,t}^{1-\alpha} \cdot P_t - R_t$
- Trabajo: $\frac{\partial \Pi_{j,t}}{\partial L_{j,t}} = (1 - \alpha) A_t K_{j,t}^\alpha L_{j,t}^{-\alpha} \cdot P_t - W_t$

A partir de estas condiciones de primer orden, se calcularán las demandas por trabajo y capital:

- Capital

$$\begin{aligned} \alpha A_t K_{j,t}^{\alpha-1} L_{j,t}^{1-\alpha} \cdot P_t - R_t &= 0 \\ \alpha A_t K_{j,t}^{\alpha-1} L_{j,t}^{1-\alpha} \cdot P_t &= R_t \\ \alpha A_t K_{j,t}^{\alpha-1} L_{j,t}^{1-\alpha} &= \frac{R_t}{P_t} \\ \alpha A_t K_{j,t}^\alpha K_{j,t}^{-1} L_{j,t}^{1-\alpha} &= \frac{R_t}{P_t} \\ \alpha \frac{(A_t K_{j,t}^\alpha L_{j,t}^{1-\alpha})}{K_{j,t}} &= \frac{R_t}{P_t} \\ \alpha \frac{Y_{j,t}}{K_{j,t}} &= \frac{R_t}{P_t} \end{aligned}$$

La demanda por capital es la igualdad entre la productividad marginal del capital y su costo marginal en términos reales.

- Trabajo

$$\begin{aligned} (1 - \alpha) A_t K_{j,t}^\alpha L_{j,t}^{-\alpha} \cdot P_t - W_t &= 0 \\ (1 - \alpha) A_t K_{j,t}^\alpha L_{j,t}^{-\alpha} \cdot P_t &= W_t \\ (1 - \alpha) A_t K_{j,t}^\alpha L_{j,t}^{-\alpha} &= \frac{W_t}{P_t} \\ \frac{L_{j,t}}{L_{j,t}} \cdot (1 - \alpha) A_t K_{j,t}^\alpha L_{j,t}^{-\alpha} &= \frac{W_t}{P_t} \\ (1 - \alpha) \frac{(A_t K_{j,t}^\alpha L_{j,t}^{1-\alpha})}{L_{j,t}} &= \frac{W_t}{P_t} \\ (1 - \alpha) \frac{Y_{j,t}}{L_{j,t}} &= \frac{W_t}{P_t} \end{aligned}$$

Bajo un esquema dentro la teoría de los Ciclos Económicos Reales (RBC), el precio debe igualar al costo marginal. Para lograr esto, se realizarán varias operaciones y se definirán los resultados intermedios encontrados:

Paso 1, se combinarán las demandas de insumos encontradas para hallar la relación entre Productividad Marginal de cada insumo y sus costos marginales individuales:

Demanda de capital: $\alpha \frac{Y_{j,t}}{K_{j,t}} = \frac{R_t}{P_t}$

Demanda de trabajo: $(1 - \alpha) \frac{Y_{j,t}}{L_{j,t}} = \frac{W_t}{P_t}$

Por tanto:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha \frac{Y_{j,t}}{K_{j,t}}}{(1 - \alpha) \frac{Y_{j,t}}{L_{j,t}}} &= \frac{R_t/P_t}{W_t/P_t} \\ \frac{\alpha}{(1 - \alpha)} \cdot \frac{L_{j,t}}{K_{j,t}} &= \frac{R_t}{W_t} \end{aligned}$$

O su equivalente:

$$\frac{(1-\alpha) \cdot K_{j,t}}{\alpha} \cdot \frac{K_{j,t}}{L_{j,t}} = \frac{W_t}{R_t}$$

El lado derecho de la ecuación corresponde a la Tasa Marginal de Sustitución Técnica. Esta tasa mide la tasa a la cual el trabajo puede ser reemplazado por el capital, manteniendo constante el nivel de producción.

El lado izquierdo de la ecuación corresponde a la Tasa Económica de Sustitución. Esta tasa mide la tasa a la cual el trabajo puede ser reemplazado por el capital, manteniendo constante el nivel de costos.

Paso 2, despejar $L_{j,t}$ de la última ecuación, esta será la cantidad óptima de trabajo que se demandará:

$$\frac{(1-\alpha) \cdot K_{j,t}}{\alpha} \cdot \frac{K_{j,t}}{L_{j,t}} = \frac{W_t}{R_t}$$

$$L_{j,t} = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) \frac{R_t}{W_t} K_{j,t}$$

Paso 3, sustituir en la función de producción y despejar la cantidad de capital:

Función de producción: $Y_{j,t} = A_t K_{j,t}^\alpha L_{j,t}^{1-\alpha}$

Cantidad óptima de trabajo demandado: $L_{j,t} = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) \frac{R_t}{W_t} K_{j,t}$

$$Y_{j,t} = A_t K_{j,t}^\alpha \left[\frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{R_t}{W_t} K_{j,t}\right]^{1-\alpha}$$

$$Y_{j,t} = A_t K_{j,t}^\alpha K_{j,t}^{1-\alpha} \left[\frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{R_t}{W_t}\right]^{1-\alpha}$$

$$K_{j,t}^\alpha K_{j,t}^{1-\alpha} = \frac{Y_{j,t}}{A_t} \left[\frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{W_t}{R_t}\right]^{1-\alpha}$$

$$K_{j,t} = \frac{Y_{j,t}}{A_t} \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{W_t}{R_t}\right)^{1-\alpha}$$

Paso 4, sustituir la cantidad óptima de capital en la ecuación de cantidad óptima de trabajo encontrada:

Cantidad óptima de trabajo: $L_{j,t} = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) \frac{R_t}{W_t} K_{j,t}$

Cantidad óptima de capital: $K_{j,t} = \frac{Y_{j,t}}{A_t} \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{W_t}{R_t}\right)^{1-\alpha}$

$$L_{j,t} = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) \frac{R_t}{W_t} \left[\frac{Y_{j,t}}{A_t} \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{W_t}{R_t}\right)^{1-\alpha}\right]$$

$$L_{j,t} = \frac{Y_{j,t}}{A_t} \frac{1-\alpha}{(1-\alpha)^{1-\alpha}} \frac{\alpha^{1-\alpha}}{\alpha} \frac{R_t}{R_t^{1-\alpha}} \frac{W_t^{1-\alpha}}{W_t}$$

$$L_{j,t} = \frac{Y_{j,t}}{A_t} \frac{(1-\alpha)^{1-1+\alpha}}{\alpha^{1-1+\alpha}} \frac{R_t^{1-1+\alpha}}{W_t^{1-1+\alpha}}$$

$$L_{j,t} = \frac{Y_{j,t}}{A_t} \frac{(1-\alpha)^\alpha}{\alpha^\alpha} \frac{R_t^\alpha}{W_t^\alpha}$$

$$L_{j,t} = \frac{Y_{j,t}}{A_t} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{R_t}{W_t}\right)^\alpha$$

$$L_{j,t} = \frac{Y_{j,t}}{A_t} \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{W_t}{R_t}\right)^{-\alpha}$$

Paso 5, construir la función de costo total y reemplazar las cantidades óptimas de trabajo y capital calculadas en los pasos anteriores. Reemplazar las ecuaciones que se encuentran en función de los precios relativos, la tecnología y la producción total.:

$$TC_{j,t} = W_t \cdot L_{j,t} + R_t \cdot K_{j,t}$$

$$TC_{j,t} = W_t \left[\frac{Y_{j,t}}{A_t} \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{W_t}{R_t}\right)^{-\alpha}\right] + R_t \left[\frac{Y_{j,t}}{A_t} \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{W_t}{R_t}\right)^{1-\alpha}\right]$$

$$\begin{aligned}
TC_{j,t} &= W_t \frac{Y_{j,t}}{A_t} \left[\left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{W_t}{R_t} \right)^{-\alpha} \right] + R_t \frac{Y_{j,t}}{A_t} \left[\left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{W_t}{R_t} \right)^{1-\alpha} \right] \\
TC_{j,t} &= W_t \frac{Y_{j,t}}{A_t} \left[\left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^{-\alpha} \left(\frac{W_t}{R_t} \right)^{-\alpha} \right] + R_t \frac{Y_{j,t}}{A_t} \left[\left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} \left(\frac{W_t}{R_t} \right)^{1-\alpha} \right] \\
TC_{j,t} &= \frac{Y_{j,t}}{A_t} \left[\left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^{-\alpha} \frac{W_t^{1-\alpha}}{R_t^{-\alpha}} \right] + \frac{Y_{j,t}}{A_t} \left[\left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} \frac{W_t^{1-\alpha}}{R_t^{-\alpha}} \right] \\
TC_{j,t} &= \frac{Y_{j,t}}{A_t} \cdot \frac{W_t^{1-\alpha}}{R_t^{-\alpha}} \cdot \frac{\alpha^{-\alpha}}{(1-\alpha)^{1-\alpha}} \cdot [(1-\alpha) + \alpha] \\
TC_{j,t} &= \frac{Y_{j,t}}{A_t} \cdot \frac{W_t^{1-\alpha}}{R_t^{-\alpha}} \cdot \frac{\alpha^{-\alpha}}{(1-\alpha)^{1-\alpha}} \\
TC_{j,t} &= \frac{Y_{j,t}}{A_t} \cdot \frac{\alpha^{-\alpha}}{R_t^{-\alpha}} \cdot \frac{W_t^{1-\alpha}}{(1-\alpha)^{1-\alpha}} \\
TC_{j,t} &= \frac{Y_{j,t}}{A_t} \cdot \left(\frac{\alpha}{R_t} \right)^{-\alpha} \cdot \left(\frac{W_t}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} \\
TC_{j,t} &= \frac{Y_{j,t}}{A_t} \cdot \left(\frac{R_t}{\alpha} \right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{W_t}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha}
\end{aligned}$$

De donde se deriva el Costo Marginal:

$$\begin{aligned}
MC_{j,t} &= \frac{\partial TC_{j,t}}{\partial Y_{j,t}} \\
MC_{j,t} &= \frac{1}{A_t} \cdot \left(\frac{R_t}{\alpha} \right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{W_t}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha}
\end{aligned}$$

A medida que el costo marginal depende en la productividad (A_t) y los precios de los factores de producción (R_t, W_t), entonces se asumirá que $MC_{j,t} = MC_t$. Por lo tanto, igualando al precio de mercado, se tendrá que:

$$P_t = \frac{1}{A_t} \cdot \left(\frac{R_t}{\alpha} \right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{W_t}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha}$$

Anexo 3: Ecuaciones de Estado – Estacionario

Para R_{SS} :

ECUACIÓN	DEFINICIÓN
$\beta \left[(1 - \delta) + \left(\frac{R_{SS}}{P_{SS}} \right) \right] = 1$	Ecuación de Euler

$$\beta \left[(1 - \delta) + \left(\frac{R_{SS}}{P_{SS}} \right) \right] = 1$$

$$(1 - \delta) + \left(\frac{R_{SS}}{P_{SS}} \right) = \frac{1}{\beta}$$

$$\left(\frac{R_{SS}}{P_{SS}} \right) = \frac{1}{\beta} - (1 - \delta)$$

$$R_{SS} = P_{SS} \left[\left(\frac{1}{\beta} \right) - (1 - \delta) \right]$$

Para W_{SS}

ECUACIÓN	DEFINICIÓN
$P_{SS} = \left(\frac{R_{SS}}{\alpha} \right)^\alpha \cdot \left(\frac{W_{SS}}{1 - \alpha} \right)^{1 - \alpha}$	Nivel de Precios

$$P_{SS} = \left(\frac{R_{SS}}{\alpha} \right)^\alpha \cdot \left(\frac{W_{SS}}{1 - \alpha} \right)^{1 - \alpha}$$

$$P_{SS} \left(\frac{\alpha}{R_{SS}} \right)^\alpha = \left(\frac{W_{SS}}{1 - \alpha} \right)^{1 - \alpha}$$

$$P_{SS} \left(\frac{\alpha}{R_{SS}} \right)^\alpha (1 - \alpha)^{1 - \alpha} = W_{SS}^{1 - \alpha}$$

$$W_{SS}^{1 - \alpha} = P_{SS} \left(\frac{\alpha}{R_{SS}} \right)^\alpha (1 - \alpha)^{1 - \alpha}$$

$$W_{SS} = (1 - \alpha) P_{SS}^{\frac{1}{1 - \alpha}} \left(\frac{\alpha}{R_{SS}} \right)^{\frac{\alpha}{1 - \alpha}}$$

Para C_{SS} :

ECUACIÓN	DEFINICIÓN
$C_{SS}^\sigma L_{SS}^\varphi = \frac{W_{SS}}{P_{SS}}$	Oferta de Trabajo
$(1 - \alpha) \frac{Y_{SS}}{W_{SS}} = L_{SS}$	Demanda de Trabajo

$$C_{SS}^\sigma L_{SS}^\varphi = \frac{W_{SS}}{P_{SS}}$$

$$C_{SS}^\sigma \left[(1 - \alpha) \frac{Y_{SS}}{\frac{W_{SS}}{P_{SS}}} \right]^\varphi = \frac{W_{SS}}{P_{SS}}$$

$$C_{SS}^\sigma \left[(1 - \alpha) \frac{P_{SS}}{W_{SS}} \right]^\varphi = \frac{1}{Y_{SS}^\varphi} \frac{W_{SS}}{P_{SS}}$$

$$C_{SS}^\sigma = \frac{\frac{1}{Y_{SS}^\varphi} \frac{W_{SS}}{P_{SS}}}{\left[(1 - \alpha) \frac{P_{SS}}{W_{SS}} \right]^\varphi}$$

$$C_{SS}^\sigma = \frac{1}{Y_{SS}^\varphi} \frac{W_{SS}}{P_{SS}} \left[\frac{W_{SS}}{P_{SS}} \frac{1}{(1 - \alpha)} \right]^\varphi$$

$$C_{SS} = \left\{ \frac{1}{Y_{SS}^\varphi} \frac{W_{SS}}{P_{SS}} \left[\frac{W_{SS}}{P_{SS}} \frac{1}{(1-\alpha)} \right]^\varphi \right\}^{\frac{1}{\sigma}}$$

$$C_{SS} = \frac{1}{Y_{SS}^{\frac{\varphi}{\sigma}}} \left\{ \frac{W_{SS}}{P_{SS}} \left[\frac{W_{SS}}{P_{SS}} \frac{1}{(1-\alpha)} \right]^\varphi \right\}^{\frac{1}{\sigma}}$$

Para I_{SS} :

ECUACIÓN	DEFINICIÓN
$\delta K_{SS} = I_{SS}$	Ley de Movimiento del Capital
$\alpha \frac{Y_{SS}}{\frac{R_{SS}}{P_{SS}}} = K_{SS}$	Demanda de Capital

$$I_{SS} = \delta K_{SS}$$

$$I_{SS} = \delta \left(\alpha \frac{Y_{SS}}{\frac{R_{SS}}{P_{SS}}} \right)$$

$$I_{SS} = \frac{\delta \alpha}{R_{SS}} Y_{SS} P_{SS}$$

Si $P_{SS} = 1$

$$I_{SS} = \frac{\delta \alpha}{R_{SS}} Y_{SS}$$

Por último, se reemplazan los equilibrios encontrados en los mercados de insumos (demanda agregada) en la condición de equilibrio.

ECUACIÓN	DEFINICIÓN
$Y_{SS} = C_{SS} + I_{SS}$	Condición de Equilibrio
$C_{SS} = \frac{1}{Y_{SS}^{\frac{\varphi}{\sigma}}} \left\{ \frac{W_{SS}}{P_{SS}} \left[\frac{W_{SS}}{P_{SS}} \frac{1}{(1-\alpha)} \right]^\varphi \right\}^{\frac{1}{\sigma}}$	Equilibrio Mercado de Trabajo
$I_{SS} = \frac{\delta \alpha}{R_{SS}} Y_{SS}$	Equilibrio Mercado de Capital

$$Y_{SS} = C_{SS} + I_{SS}$$

$$Y_{SS} = \frac{1}{Y_{SS}^{\frac{\varphi}{\sigma}}} \left\{ \frac{W_{SS}}{P_{SS}} \left[\frac{W_{SS}}{P_{SS}} \frac{1}{(1-\alpha)} \right]^\varphi \right\}^{\frac{1}{\sigma}} + \frac{\delta \alpha}{R_{SS}} Y_{SS}$$

$$Y_{SS} - \frac{\delta \alpha}{R_{SS}} Y_{SS} = \frac{1}{Y_{SS}^{\frac{\varphi}{\sigma}}} \left\{ \frac{W_{SS}}{P_{SS}} \left[\frac{W_{SS}}{P_{SS}} \frac{1}{(1-\alpha)} \right]^\varphi \right\}^{\frac{1}{\sigma}}$$

$$Y_{SS} \left(1 - \frac{\delta \alpha}{R_{SS}} \right) = \frac{1}{Y_{SS}^{\frac{\varphi}{\sigma}}} \left\{ \frac{W_{SS}}{P_{SS}} \left[\frac{W_{SS}}{P_{SS}} \frac{1}{(1-\alpha)} \right]^\varphi \right\}^{\frac{1}{\sigma}}$$

$$Y_{SS} \left(\frac{R_{SS} - \delta \alpha}{R_{SS}} \right) = \frac{1}{Y_{SS}^{\frac{\varphi}{\sigma}}} \left\{ \frac{W_{SS}}{P_{SS}} \left[\frac{W_{SS}}{P_{SS}} \frac{1}{(1-\alpha)} \right]^\varphi \right\}^{\frac{1}{\sigma}}$$

$$\begin{aligned}
Y_{SS}^{\frac{\varphi}{\sigma}} \cdot Y_{SS} &= \frac{\left\{ \frac{W_{SS}}{P_{SS}} \left[\frac{W_{SS}}{P_{SS}} \right]^{1-\alpha} \right\}^{\frac{1}{\sigma}}}{\left(\frac{R_{SS} - \delta\alpha}{R_{SS}} \right)} \\
Y_{SS}^{1+\frac{\varphi}{\sigma}} &= \left(\frac{R_{SS}}{R_{SS} - \delta\alpha} \right) \left\{ \frac{W_{SS}}{P_{SS}} \left[\frac{W_{SS}}{P_{SS}} \right]^{1-\alpha} \right\}^{\frac{1}{\sigma}} \\
Y_{SS}^{\frac{\sigma+\varphi}{\sigma}} &= \left(\frac{R_{SS}}{R_{SS} - \delta\alpha} \right) \left\{ \frac{W_{SS}}{P_{SS}} \left[\frac{W_{SS}}{P_{SS}} \right]^{1-\alpha} \right\}^{\frac{1}{\sigma}} \\
Y_{SS} &= \left(\frac{R_{SS}}{R_{SS} - \delta\alpha} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma+\varphi}} \left\{ \frac{W_{SS}}{P_{SS}} \left[\frac{W_{SS}}{P_{SS}} \right]^{1-\alpha} \right\}^{\frac{1}{\sigma} \frac{\sigma}{\sigma+\varphi}} \\
Y_{SS} &= \left(\frac{R_{SS}}{R_{SS} - \delta\alpha} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma+\varphi}} \left\{ \frac{W_{SS}}{P_{SS}} \left[\frac{W_{SS}}{P_{SS}} \right]^{1-\alpha} \right\}^{\frac{1}{\sigma+\varphi}}
\end{aligned}$$

Anexo 4: Log-Linealización

A continuación, se presenta la log-linealización de las ecuaciones del modelo a estimar:

▪ Oferta de Trabajo

ECUACIÓN	DEFINICIÓN
$C_{j,t}^\sigma L_{j,t}^\varphi = \frac{W_t}{P_t}$	Oferta de Trabajo
$C_{SS}^\sigma L_{SS}^\varphi = \frac{W_{SS}}{P_{SS}}$	Oferta de Trabajo En Estado Estacionario

Paso 1, se utiliza $X_t \cong X_{SS} e^{\tilde{x}_t}$, por tanto:

Consumo: $C_{j,t}^\sigma \cong C_{SS}^\sigma e^{\sigma \tilde{c}_t}$

Trabajo: $L_{j,t}^\varphi \cong L_{SS}^\varphi e^{\varphi \tilde{L}_t}$

Salario: $W_t \cong W_{SS} e^{\tilde{W}_t}$

Precios: $P_t \cong P_{SS} e^{\tilde{P}_t}$

Paso 2, se reemplaza en la ecuación original:

$$C_{j,t}^\sigma L_{j,t}^\varphi = \frac{W_t}{P_t}$$

$$C_{SS}^\sigma e^{\sigma \tilde{c}_t} L_{SS}^\varphi e^{\varphi \tilde{L}_t} = \frac{W_{SS} e^{\tilde{W}_t}}{P_{SS} e^{\tilde{P}_t}}$$

$$C_{SS}^\sigma L_{SS}^\varphi e^{(\sigma \tilde{c}_t + \varphi \tilde{L}_t)} = \frac{W_{SS}}{P_{SS}} e^{(\tilde{W}_t - \tilde{P}_t)}$$

$$C_{SS}^\sigma L_{SS}^\varphi (1 + \sigma \tilde{c}_t + \varphi \tilde{L}_t) = \frac{W_{SS}}{P_{SS}} (1 + \tilde{W}_t - \tilde{P}_t)$$

Si consideramos que todas las log-desviaciones son cero (en estado estacionario) se tendrá la ecuación de estado estacionario, $C_{SS}^\sigma L_{SS}^\varphi = \frac{W_{SS}}{P_{SS}}$. Restando esta ecuación de estado estacionario de la ecuación log-linealizada se tiene:

$$C_{SS}^\sigma L_{SS}^\varphi (1 + \sigma \tilde{c}_t + \varphi \tilde{L}_t) - C_{SS}^\sigma L_{SS}^\varphi = \frac{W_{SS}}{P_{SS}} (1 + \tilde{W}_t - \tilde{P}_t) - \frac{W_{SS}}{P_{SS}}$$

$$C_{SS}^\sigma L_{SS}^\varphi (\sigma \tilde{c}_t + \varphi \tilde{L}_t) = \frac{W_{SS}}{P_{SS}} (\tilde{W}_t - \tilde{P}_t)$$

$$\sigma \tilde{c}_t + \varphi \tilde{L}_t = \tilde{W}_t - \tilde{P}_t$$

▪ Ecuación de Euler del Consumo

ECUACIÓN	DEFINICIÓN
$\beta \left[(1 - \delta) + E_t \left(\frac{R_{t+1}}{P_{t+1}} \right) \right] = \left(\frac{E_t C_{j,t+1}}{C_{j,t}} \right)^\sigma$	Ecuación de Euler
$\beta \left[(1 - \delta) + \left(\frac{R_{SS}}{P_{SS}} \right) \right] = 1$	Ecuación de Euler de Estado Estacionario

Paso 1, se utiliza $X_t \cong X_{SS} e^{\tilde{x}_t}$, por tanto:

Retorno del Capital: $R_{t+1} \cong R_{SS} e^{\tilde{R}_{t+1}}$

Precios: $P_{t+1} \cong P_{SS} e^{\tilde{P}_{t+1}}$

Consumo: $C_{t+1}^\sigma \cong C_{SS}^\sigma e^{\tilde{c}_{t+1}}$

$C_t^\sigma \cong C_{SS}^\sigma e^{\tilde{c}_t}$

Paso 2, se reemplaza en la ecuación original:

$$\beta \left[(1 - \delta) + E_t \left(\frac{R_{t+1}}{P_{t+1}} \right) \right] = \left(\frac{E_t C_{t+1}}{C_t} \right)^\sigma$$

$$(1 - \delta) + E_t \left(\frac{R_{t+1}}{P_{t+1}} \right) = \frac{1}{\beta} E_t \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^\sigma$$

$$\begin{aligned}
(1 - \delta) + E_t \left(\frac{R_{SS} e^{\tilde{R}_{t+1}}}{P_{SS} e^{\tilde{P}_{t+1}}} \right) &= \frac{1}{\beta} E_t \left(\frac{C_{SS} e^{\tilde{C}_{t+1}}}{C_{SS} e^{\tilde{C}_t}} \right)^\sigma \\
(1 - \delta) + E_t \left(\frac{R_{SS} e^{\tilde{R}_{t+1}}}{P_{SS} e^{\tilde{P}_{t+1}}} \right) &= \frac{1}{\beta} E_t \frac{C_{SS}^\sigma e^{\sigma \tilde{C}_{t+1}}}{C_{SS}^\sigma e^{\sigma \tilde{C}_t}} \\
(1 - \delta) + E_t \left(\frac{R_{SS}}{P_{SS}} e^{\tilde{R}_{t+1} - \tilde{P}_{t+1}} \right) &= \frac{1}{\beta} E_t \left(\frac{C_{SS}^\sigma}{C_{SS}^\sigma} e^{\sigma \tilde{C}_{t+1} - \sigma \tilde{C}_t} \right) \\
(1 - \delta) + \frac{R_{SS}}{P_{SS}} E_t (e^{\tilde{R}_{t+1} - \tilde{P}_{t+1}}) &= \frac{1}{\beta} \frac{C_{SS}^\sigma}{C_{SS}^\sigma} E_t (e^{\sigma \tilde{C}_{t+1} - \sigma \tilde{C}_t}) \\
(1 - \delta) + \frac{R_{SS}}{P_{SS}} e^{E_t(\tilde{R}_{t+1} - \tilde{P}_{t+1})} &= \frac{1}{\beta} \frac{C_{SS}^\sigma}{C_{SS}^\sigma} e^{\sigma E_t(\tilde{C}_{t+1} - \tilde{C}_t)} \\
(1 - \delta) + \frac{R_{SS}}{P_{SS}} e^{E_t(\tilde{R}_{t+1} - \tilde{P}_{t+1})} &= \frac{1}{\beta} \frac{C_{SS}^\sigma}{C_{SS}^\sigma} e^{\sigma(E_t \tilde{C}_{t+1} - \tilde{C}_t)} \\
(1 - \delta) + \frac{R_{SS}}{P_{SS}} [1 + E_t(\tilde{R}_{t+1} - \tilde{P}_{t+1})] &= \frac{1}{\beta} \frac{C_{SS}^\sigma}{C_{SS}^\sigma} [1 + \sigma(E_t \tilde{C}_{t+1} - \tilde{C}_t)] \\
(1 - \delta) + \frac{R_{SS}}{P_{SS}} [1 + E_t(\tilde{R}_{t+1} - \tilde{P}_{t+1})] &= \frac{1}{\beta} [1 + \sigma(E_t \tilde{C}_{t+1} - \tilde{C}_t)]
\end{aligned}$$

Si consideramos que todas las log-desviaciones son cero (en estado estacionario) se tendrá la ecuación de estado estacionario, $(1 - \delta) + \left(\frac{R_{SS}}{P_{SS}}\right) = \frac{1}{\beta}$. Restando esta ecuación de estado estacionario de la ecuación log-linealizada se tiene:

$$\begin{aligned}
(1 - \delta) + \frac{R_{SS}}{P_{SS}} [1 + E_t(\tilde{R}_{t+1} - \tilde{P}_{t+1})] - \left[(1 - \delta) + \left(\frac{R_{SS}}{P_{SS}}\right) \right] &= \frac{1}{\beta} [1 + \sigma(E_t \tilde{C}_{t+1} - \tilde{C}_t)] - \frac{1}{\beta} \\
(1 - \delta) - (1 - \delta) + \frac{R_{SS}}{P_{SS}} [1 + E_t(\tilde{R}_{t+1} - \tilde{P}_{t+1}) - 1] &= \frac{1}{\beta} [1 + \sigma(E_t \tilde{C}_{t+1} - \tilde{C}_t) - 1] \\
\frac{R_{SS}}{P_{SS}} [E_t(\tilde{R}_{t+1} - \tilde{P}_{t+1})] &= \frac{1}{\beta} [\sigma(E_t \tilde{C}_{t+1} - \tilde{C}_t)] \\
\frac{R_{SS}}{P_{SS}} E_t(\tilde{R}_{t+1} - \tilde{P}_{t+1}) &= \frac{\sigma}{\beta} (E_t \tilde{C}_{t+1} - \tilde{C}_t)
\end{aligned}$$

▪ Retorno del Capital

ECUACIÓN	DEFINICIÓN
$\alpha \frac{Y_t}{K_t} = \frac{R_t}{P_t}$	Demanda de Capital
$\alpha \frac{Y_{SS}}{K_{SS}} = \frac{R_{SS}}{P_{SS}}$	Demanda de Capital en Estado Estacionario

Paso 1, se utiliza $X_t \cong X_{SS} e^{\tilde{X}_t}$, por tanto:

$$\begin{aligned}
\text{Producto:} & Y_t \cong Y_{SS} e^{\tilde{Y}_t} \\
\text{Retorno del Capital:} & R_t \cong R_{SS} e^{\tilde{R}_t} \\
\text{Demanda de Capital:} & K_t \cong K_{SS} e^{\tilde{K}_t} \\
\text{Nivel de Precios:} & P_t \cong P_{SS} e^{\tilde{P}_t}
\end{aligned}$$

Paso 2, se reemplaza en la ecuación original:

$$\begin{aligned}
\alpha \frac{Y_t}{K_t} &= \frac{R_t}{P_t} \\
\alpha \frac{Y_{SS} e^{\tilde{Y}_t}}{K_{SS} e^{\tilde{K}_t}} &= \frac{R_{SS} e^{\tilde{R}_t}}{P_{SS} e^{\tilde{P}_t}} \\
\alpha \frac{Y_{SS}}{K_{SS}} e^{\tilde{Y}_t - \tilde{K}_t} &= \frac{R_{SS}}{P_{SS}} e^{\tilde{R}_t - \tilde{P}_t} \\
\alpha \frac{Y_{SS}}{K_{SS}} (1 + \tilde{Y}_t - \tilde{K}_t) &= \frac{R_{SS}}{P_{SS}} (1 + \tilde{R}_t - \tilde{P}_t)
\end{aligned}$$

Si consideramos que todas las log-desviaciones son cero (en estado estacionario) se tendrá la ecuación de estado estacionario, $\alpha \frac{Y_{SS}}{K_{SS}} = \frac{R_{SS}}{P_{SS}}$. Restando esta ecuación de estado estacionario de la ecuación log-linealizada se tiene:

$$\alpha \frac{Y_{SS}}{K_{SS}} (1 + \tilde{Y}_t - \tilde{K}_t) - \alpha \frac{Y_{SS}}{K_{SS}} = \frac{R_{SS}}{P_{SS}} (1 + \tilde{R}_t - \tilde{P}_t) - \frac{R_{SS}}{P_{SS}}$$

$$\alpha \frac{Y_{SS}}{K_{SS}} (1 + \tilde{Y}_t - \tilde{K}_t - 1) = \frac{R_{SS}}{P_{SS}} (1 + \tilde{R}_t - \tilde{P}_t - 1)$$

$$\alpha \frac{Y_{SS}}{K_{SS}} (\tilde{Y}_t - \tilde{K}_t) = \frac{R_{SS}}{P_{SS}} (\tilde{R}_t - \tilde{P}_t)$$

$$\alpha \frac{Y_{SS}}{K_{SS}} (\tilde{Y}_t - \tilde{K}_t) = \frac{R_{SS}}{P_{SS}} (\tilde{R}_t - \tilde{P}_t)$$

$$\tilde{Y}_t - \tilde{K}_t = \tilde{R}_t - \tilde{P}_t$$

▪ **Nivel de Salario**

ECUACIÓN	DEFINICIÓN
$(1 - \alpha) \frac{Y_t}{L_t} = \frac{W_t}{P_t}$	Demanda de Trabajo
$(1 - \alpha) \frac{Y_{SS}}{L_{SS}} = \frac{W_{SS}}{P_{SS}}$	Demanda de Trabajo en Estado Estacionario

Paso 1, se utiliza $X_t \cong X_{SS} e^{\tilde{x}_t}$, por tanto:

Producto: $Y_t \cong Y_{SS} e^{\tilde{Y}_t}$
 Salario: $W_t \cong W_{SS} e^{\tilde{W}_t}$
 Demanda de Trabajo: $L_t \cong L_{SS} e^{\tilde{L}_t}$
 Nivel de Precios: $P_t \cong P_{SS} e^{\tilde{P}_t}$

Paso 2, se reemplaza en la ecuación original:

$$(1 - \alpha) \frac{Y_{SS} e^{\tilde{Y}_t}}{L_{SS} e^{\tilde{L}_t}} = \frac{W_{SS} e^{\tilde{W}_t}}{P_{SS} e^{\tilde{P}_t}}$$

$$(1 - \alpha) \frac{Y_{SS}}{L_{SS}} e^{\tilde{Y}_t - \tilde{L}_t} = \frac{W_{SS}}{P_{SS}} e^{\tilde{W}_t - \tilde{P}_t}$$

$$(1 - \alpha) \frac{Y_{SS}}{L_{SS}} (1 + \tilde{Y}_t - \tilde{L}_t) = \frac{W_{SS}}{P_{SS}} (1 + \tilde{W}_t - \tilde{P}_t)$$

Si consideramos que todas las log-desviaciones son cero (en estado estacionario) se tendrá la ecuación de estado estacionario, $(1 - \alpha) \frac{Y_{SS}}{L_{SS}} = \frac{W_{SS}}{P_{SS}}$. Restando esta ecuación de estado estacionario de la ecuación log-linealizada se tiene:

$$(1 - \alpha) \frac{Y_{SS}}{L_{SS}} (1 + \tilde{Y}_t - \tilde{L}_t) - \left[(1 - \alpha) \frac{Y_{SS}}{L_{SS}} \right] = \frac{W_{SS}}{P_{SS}} (1 + \tilde{W}_t - \tilde{P}_t) - \frac{W_{SS}}{P_{SS}}$$

$$(1 - \alpha) \frac{Y_{SS}}{L_{SS}} (1 + \tilde{Y}_t - \tilde{L}_t - 1) = \frac{W_{SS}}{P_{SS}} (1 + \tilde{W}_t - \tilde{P}_t - 1)$$

$$(1 - \alpha) \frac{Y_{SS}}{L_{SS}} (\tilde{Y}_t - \tilde{L}_t) = \frac{W_{SS}}{P_{SS}} (\tilde{W}_t - \tilde{P}_t)$$

$$\tilde{Y}_t - \tilde{L}_t = \tilde{W}_t - \tilde{P}_t$$

▪ **Función de Producción**

ECUACIÓN	DEFINICIÓN
$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$	Función de Producción
$Y_{SS} = A_{SS} K_{SS}^\alpha L_{SS}^{1-\alpha}$	Función de Producción en Estado Estacionario

Paso 1, se utiliza $X_t \cong X_{SS} e^{\tilde{x}_t}$, por tanto:

Producto: $Y_t \cong Y_{SS} e^{\tilde{Y}_t}$
 Demanda de Capital: $K_t^\alpha \cong K_{SS}^\alpha e^{\alpha \tilde{K}_t}$
 Demanda de Trabajo: $L_t^{(1-\alpha)} \cong L_{SS}^{(1-\alpha)} e^{(1-\alpha) \tilde{L}_t}$
 Tecnología: $A_t \cong A_{SS} e^{\tilde{A}_t}$

Paso 2, se reemplaza en la ecuación original:

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$$

$$Y_{SS} e^{\tilde{Y}_t} = A_{SS} e^{\tilde{A}_t} K_{SS}^\alpha e^{\alpha \tilde{K}_t} L_{SS}^{(1-\alpha)} e^{(1-\alpha) \tilde{L}_t}$$

$$Y_{SS}e^{\tilde{Y}_t} = A_{SS}K_{SS}^\alpha L_{SS}^{(1-\alpha)} e^{[\tilde{A}_t + \alpha\tilde{K}_t + (1-\alpha)\tilde{L}_t]}$$

$$Y_{SS}(1 + \tilde{Y}_t) = A_{SS}K_{SS}^\alpha L_{SS}^{(1-\alpha)} (1 + \tilde{A}_t + \alpha\tilde{K}_t + (1-\alpha)\tilde{L}_t)$$

Si consideramos que todas las log-desviaciones son cero (en estado estacionario) se tendrá la ecuación de estado estacionario, $Y_{SS} = A_{SS}K_{SS}^\alpha L_{SS}^{1-\alpha}$. Restando esta ecuación de estado estacionario de la ecuación log-linealizada se tiene:

$$Y_{SS}(1 + \tilde{Y}_t) - Y_{SS} = A_{SS}K_{SS}^\alpha L_{SS}^{(1-\alpha)} (1 + \tilde{A}_t + \alpha\tilde{K}_t + (1-\alpha)\tilde{L}_t) - A_{SS}K_{SS}^\alpha L_{SS}^{1-\alpha}$$

$$Y_{SS}(1 + \tilde{Y}_t - 1) = A_{SS}K_{SS}^\alpha L_{SS}^{(1-\alpha)} (1 + \tilde{A}_t + \alpha\tilde{K}_t + (1-\alpha)\tilde{L}_t - 1)$$

$$Y_{SS}(\tilde{Y}_t) = A_{SS}K_{SS}^\alpha L_{SS}^{(1-\alpha)} (\tilde{A}_t + \alpha\tilde{K}_t + (1-\alpha)\tilde{L}_t)$$

$$\tilde{Y}_t = \tilde{A}_t + \alpha\tilde{K}_t + (1-\alpha)\tilde{L}_t$$

▪ **Ley de Movimiento del Capital**

ECUACIÓN	DEFINICIÓN
$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t$	Ley de Movimiento del Capital
$\delta K_{SS} = I_{SS}$	Ley de Movimiento del Capital en Estado Estacionario

Paso 1, se utiliza $X_t \cong X_{SS}e^{\tilde{X}_t}$, por tanto:

Capital: $K_t \cong K_{SS}e^{\tilde{K}_t}$
 $K_{t+1} \cong K_{SS}e^{\tilde{K}_{t+1}}$

Inversión: $I_t \cong I_{SS}e^{\tilde{I}_t}$

Paso 2, se reemplaza en la ecuación original:

$$K_{SS}e^{\tilde{K}_{t+1}} = (1 - \delta)K_{SS}e^{\tilde{K}_t} + I_{SS}e^{\tilde{I}_t}$$

$$K_{SS}(1 + \tilde{K}_{t+1}) = (1 - \delta)K_{SS}(1 + \tilde{K}_t) + I_{SS}(1 + \tilde{I}_t)$$

Si se dividen ambos lados de la ecuación entre K_{SS} :

$$\frac{K_{SS}(1 + \tilde{K}_{t+1})}{K_{SS}} = \frac{(1 - \delta)K_{SS}(1 + \tilde{K}_t) + I_{SS}(1 + \tilde{I}_t)}{K_{SS}}$$

$$1 + \tilde{K}_{t+1} = (1 - \delta)(1 + \tilde{K}_t) + \frac{I_{SS}}{K_{SS}}(1 + \tilde{I}_t)$$

$$1 + \tilde{K}_{t+1} = (1 - \delta) + (1 - \delta)\tilde{K}_t + \frac{I_{SS}}{K_{SS}} + \frac{I_{SS}}{K_{SS}}\tilde{I}_t$$

Si consideramos que todas las log-desviaciones son cero (en estado estacionario) se tendrá la ecuación de estado estacionario, $\delta K_{SS} = I_{SS}$. Restando esta ecuación de estado estacionario de la ecuación log-linealizada se tiene:

$$1 + \tilde{K}_{t+1} = (1 - \delta) + (1 - \delta)\tilde{K}_t + \delta + \delta\tilde{I}_t$$

$$1 + \tilde{K}_{t+1} = 1 - \delta + \delta + (1 - \delta)\tilde{K}_t + \delta\tilde{I}_t$$

$$\tilde{K}_{t+1} = (1 - \delta)\tilde{K}_t + \delta\tilde{I}_t$$

▪ **Condición de Equilibrio**

ECUACIÓN	DEFINICIÓN
$Y_t = C_t + I_t$	Condición de Equilibrio
$Y_{SS} = C_{SS} + I_{SS}$	Condición de Equilibrio de Estado Estacionario

Paso 1, se utiliza $X_t \cong X_{SS}e^{\tilde{X}_t}$, por tanto:

Producto: $Y_t \cong Y_{SS}e^{\tilde{Y}_t}$
Consumo: $C_t \cong C_{SS}e^{\tilde{C}_t}$
Inversión: $I_t \cong I_{SS}e^{\tilde{I}_t}$

Paso 2, se reemplaza en la ecuación original:

$$Y_t = C_t + I_t$$

$$Y_{SS}e^{\tilde{Y}_t} = C_{SS}e^{\tilde{C}_t} + I_{SS}e^{\tilde{I}_t}$$

$$Y_{SS}(1 + \tilde{Y}_t) = C_{SS}(1 + \tilde{C}_t) + I_{SS}(1 + \tilde{I}_t)$$

Si consideramos que todas las log-desviaciones son cero (en estado estacionario) se tendrá la ecuación de estado estacionario, $Y_{SS} = C_{SS} + I_{SS}$. Restando esta ecuación de estado estacionario de la ecuación log-linealizada se tiene:

$$Y_{SS}(1 + \tilde{Y}_t) - Y_{SS} = C_{SS}(1 + \tilde{C}_t) + I_{SS}(1 + \tilde{I}_t) - (C_{SS} + I_{SS})$$

$$Y_{SS}(1 + \tilde{Y}_t - 1) = C_{SS}(1 + \tilde{C}_t - 1) + I_{SS}(1 + \tilde{I}_t - 1)$$

$$Y_{SS}(\tilde{Y}_t) = C_{SS}(\tilde{C}_t) + I_{SS}(\tilde{I}_t)$$

▪ **Choque Tecnológico**

ECUACIÓN	DEFINICIÓN
$\log A_t = (1 - \rho_A) \log A_{SS} + \rho_A \log A_{t-1} + \epsilon_t$	Choque de Productividad

En este caso, se realizarán operaciones algebraicas

$$\log A_t = (1 - \rho_A) \log A_{SS} + \rho_A \log A_{t-1} + \epsilon_t$$

$$\log A_t = \log A_{SS} - \rho_A \log A_{SS} + \rho_A \log A_{t-1} + \epsilon_t$$

$$\log A_t = \log A_{SS} + \rho_A (\log A_{t-1} - \log A_{SS}) + \epsilon_t$$

$$\log A_t - \log A_{SS} = \rho_A (\log A_{t-1} - \log A_{SS}) + \epsilon_t$$

$$\tilde{A}_t = \rho_A \tilde{A}_{t-1} + \epsilon_t$$

Anexo 5: Programa de simulación

La programación está basada en el trabajo de Costa (2016) y Galindo y Montecinos (2017)

```
//RBC Model - Chapter 2 (UNDERSTANDING DSGE MODELS)
//NOTE: W //and R are real in the simulation
// Celso Costa (2016)
```

```
var Y I C R K W L A;
varexo e;
parameters sigma phi alpha beta delta rhoa;
predetermined_variables K;
```

```
sigma = 0.840; % Serrano
phi = 0.166; % Coaquira*
alpha = 0.350; % Acevedo*
beta = 0.950; % Serrano
delta = 0.038; % Serrano*
rhoa = 0.913; % Coaquira*
```

```
model;
```

```
//1-Oferta de trabajo
(C^sigma)*(L^phi) = W;
```

```
//2-Ecuación de Euler
beta*((1-delta)+R(+1)) = (C(+1)/C)^sigma;
```

```
//3-Ley de movimientos del capital
K = (1-delta)*K+I;
```

```
//4-Función de producción
Y = A*(K^alpha)*(L^(1-alpha));
```

```
//5-Demanda de capital
R = alpha*(Y/K);
```

```
//6-Demanda de trabajo
W = (1-alpha)*(Y/L);
```

```
//7-Condición de equilibrio
Y = C+I;
```

```
//8-Choque de productividad
log(A) = rhoa*log(A(-1))+e;
end;
```

```
initval;
Y = 1.171;
I = 0.305;
C = 0.867;
R = 0.205;
```

```

K = 2.003;
W = 0.868;
L = 0.877;
A = 1.00;
end;

steady;

check;
model_diagnostics;
model_info;

shocks;
var e;
stderr 0.018; % Coaquira*
end;

stoch_simul(irf=50, periods=23, drop=10, graph,simul_replic=100);
name = {'Producto', 'Inversión', 'Consumo', 'Tasa de Interés',...
        'Capital', 'Salario', 'Trabajo', 'PTF'};
saveas(gcf, 'fir_inicial', 'jpg');

[sim_array]=get_simul_replications(M_options_);
Y_sim=squeeze(sim_array(strmatch('Y',M_endo_names,'exact'),:,:));
I_sim=squeeze(sim_array(strmatch('I',M_endo_names,'exact'),:,:));
C_sim=squeeze(sim_array(strmatch('C',M_endo_names,'exact'),:,:));
R_sim=squeeze(sim_array(strmatch('R',M_endo_names,'exact'),:,:));
K_sim=squeeze(sim_array(strmatch('K',M_endo_names,'exact'),:,:));
W_sim=squeeze(sim_array(strmatch('W',M_endo_names,'exact'),:,:));
L_sim=squeeze(sim_array(strmatch('L',M_endo_names,'exact'),:,:));
A_sim=squeeze(sim_array(strmatch('A',M_endo_names,'exact'),:,:));

// Galindo y Montecinos (2017)

% Valores del parámetro RHO
rhos = [0.1 0.5 0.7 0.9];
for j = 1: size(rhos,2)
rhoa=rhos(j);
stoch_simul(irf=50,periods=23, drop=10, nograph, nomoments, nofunctions);
oo_sen1{j}=oo_;
end;
% Gráfica
name = {'Producto', 'Inversión', 'Consumo', 'Tasa de Interés',...
        'Capital', 'Salario', 'Trabajo', 'PTF'};
field_name = fieldnames(oo_sen1{1}.irfs); time=1:50;
for j=1:size(name,2)
subplot(3,3,j)
plot(time,oo_sen1{1}.irfs.(field_name{j}),...
time,oo_sen1{2}.irfs.(field_name{j}),'--',...
time,oo_sen1{3}.irfs.(field_name{j}),'-',...
time,oo_sen1{4}.irfs.(field_name{j}),':','LineWidth', 1.5)
title(name{j});
grid;
end;

```

```

    legend('\rho=0.1', '\rho=0.5', '\rho=0.7', '\rho=0.9');
orient portrait
saveas(gcf, 'fir_sensibilidad_rho', 'jpg');

% Valores del parámetro DELTA
deltas = [0.01 0.05 0.1 0.2];
for j = 1: size(deltas,2)
    delta=deltas(j);
    stoch_simul(irf=50,periods=23, drop=1, nograph, nomoments, nofunctions);
    oo_sen2{j}=oo_;
end;
% Gráfica
name = {'Producto', 'Inversión', 'Consumo', 'Tasa de Interés',...
        'Capital', 'Salario', 'Trabajo', 'PTF'};
field_name = fieldnames(oo_sen2{1}.irfs); time=1:50;
for j=1:size(name,2)
    subplot(3,3,j)
    plot(time,oo_sen2{1}.irfs.(field_name{j}),...
         time,oo_sen2{2}.irfs.(field_name{j}),'-',...
         time,oo_sen2{3}.irfs.(field_name{j}),'-',...
         time,oo_sen2{4}.irfs.(field_name{j}),':','LineWidth', 1.5)
    title(name{j});
    grid;
end;
legend('\delta=0.1', '\delta=0.2', '\delta=0.3', '\delta=0.5');
orient portrait
saveas(gcf, 'fir_sensibilidad_delta', 'jpg');

```

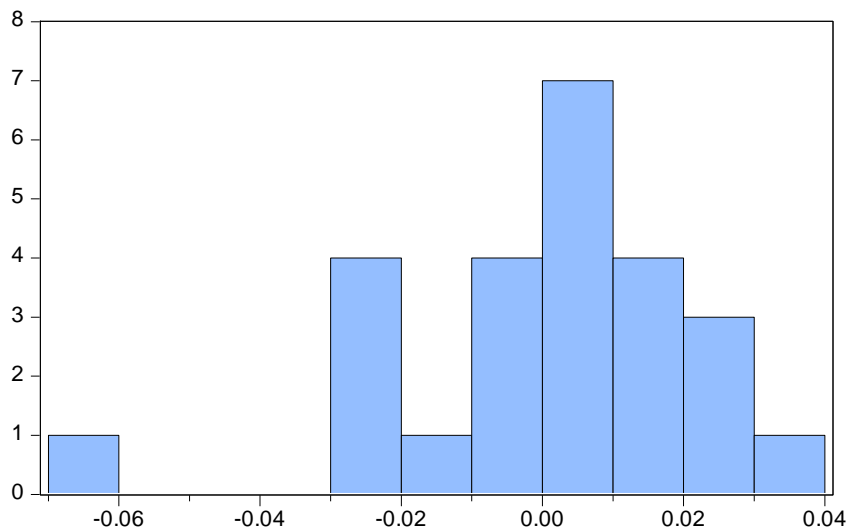
Anexo 6: Estimaciones MCO

- La elasticidad de Frisch

Dependent Variable: DLOG(_L)
 Method: Least Squares
 Sample (adjusted): 1991 2015
 Included observations: 25 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.001933	0.008566	-0.225683	0.8234
DLOG(_W)	0.166706	0.061906	2.692910	0.0130
R-squared	0.239714	Mean dependent var		0.017807
Adjusted R-squared	0.206658	S.D. dependent var		0.024879
S.E. of regression	0.022160	Akaike info criterion		-4.704470
Sum squared resid	0.011294	Schwarz criterion		-4.606960
Log likelihood	60.80587	Hannan-Quinn criter.		-4.677425
F-statistic	7.251762	Durbin-Watson stat		1.983595
Prob(F-statistic)	0.012986			

Prueba de Normalidad



Series: Residuals	
Sample 1991 2015	
Observations 25	
Mean	2.15e-18
Median	0.003605
Maximum	0.033836
Minimum	-0.061019
Std. Dev.	0.021693
Skewness	-0.823450
Kurtosis	3.730143
Jarque-Bera	3.380613
Probability	0.184463

Prueba de Heteroscedasticidad

Heteroskedasticity Test: White

F-statistic	0.374448	Prob. F(1,23)	0.5466
Obs*R-squared	0.400489	Prob. Chi-Square(1)	0.5268
Scaled explained SS	0.462723	Prob. Chi-Square(1)	0.4964

Prueba de Autocorrelación

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:

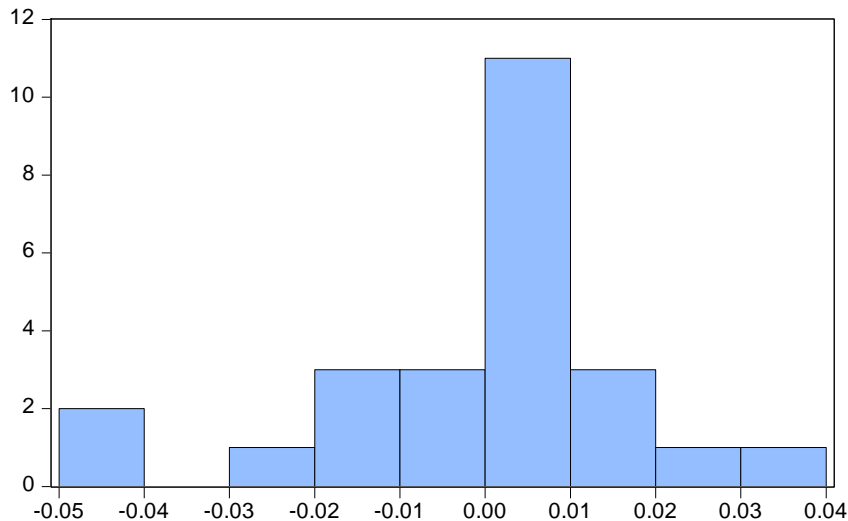
F-statistic	0.165678	Prob. F(2,21)	0.8484
Obs*R-squared	0.388344	Prob. Chi-Square(2)	0.8235

Productividad Total de los Factores

Dependent Variable: LA
 Method: Least Squares
 Sample (adjusted): 1991 2015
 Included observations: 25 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.131403	0.148461	-0.885105	0.3853
LA(-1)	0.913213	0.093978	9.717271	0.0000
R-squared	0.804131	Mean dependent var	-1.573555	
Adjusted R-squared	0.795615	S.D. dependent var	0.042429	
S.E. of regression	0.019182	Akaike info criterion	-4.993099	
Sum squared resid	0.008463	Schwarz criterion	-4.895589	
Log likelihood	64.41374	Hannan-Quinn criter.	-4.966054	
F-statistic	94.42536	Durbin-Watson stat	2.174021	
Prob(F-statistic)	0.000000			

Prueba de Normalidad



Series: Residuals	
Sample 1991 2015	
Observations 25	
Mean	-5.25e-17
Median	0.005027
Maximum	0.036174
Minimum	-0.047451
Std. Dev.	0.018778
Skewness	-0.815234
Kurtosis	3.824826
Jarque-Bera	3.477880
Probability	0.175707

Prueba de Heteroscedasticidad

Heteroskedasticity Test: White

F-statistic	0.170364	Prob. F(1,23)	0.6836
Obs*R-squared	0.183817	Prob. Chi-Square(1)	0.6681
Scaled explained SS	0.219747	Prob. Chi-Square(1)	0.6392

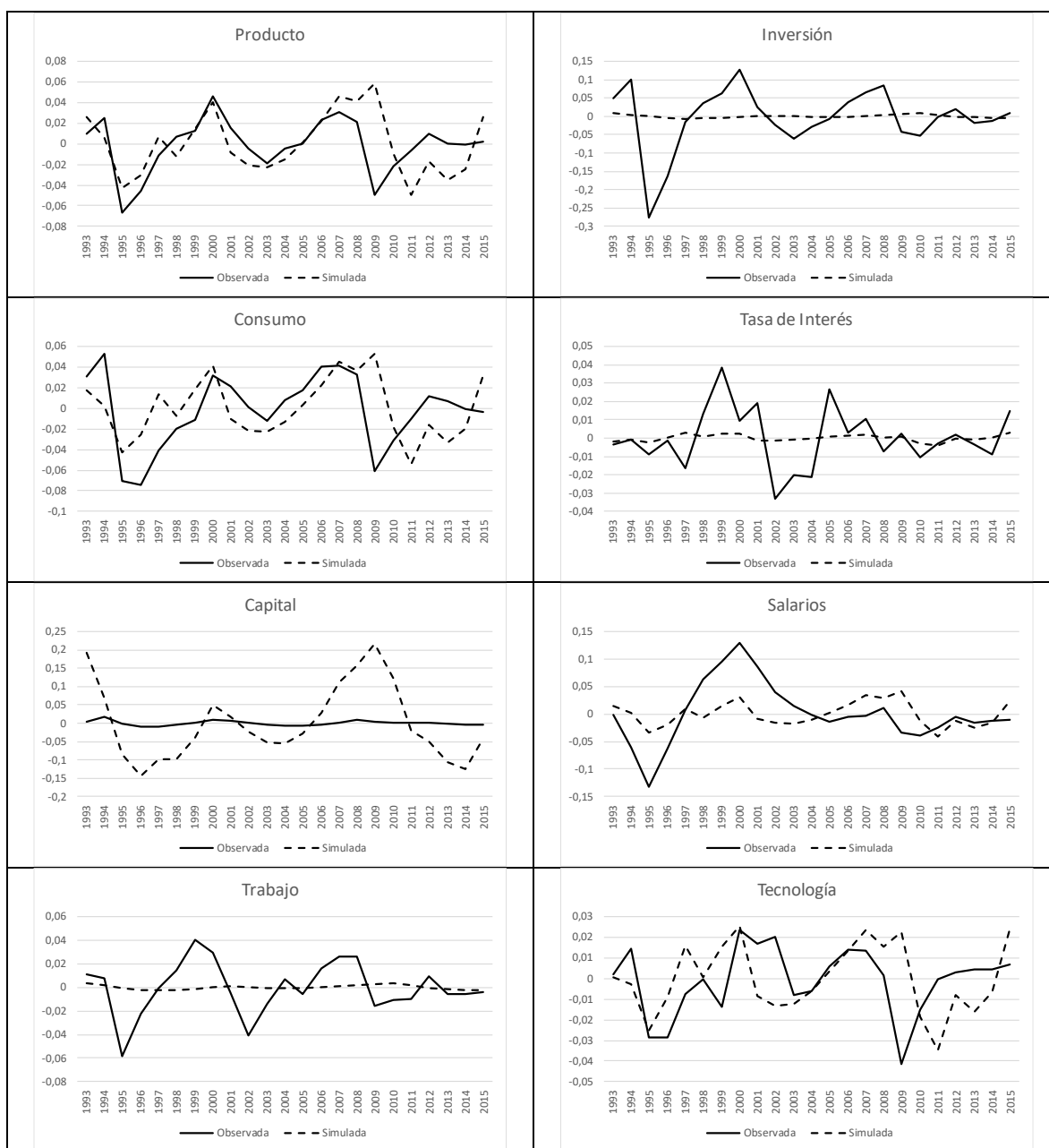
Prueba de Autocorrelación

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:

F-statistic	0.371472	Prob. F(2,21)	0.6942
Obs*R-squared	0.854235	Prob. Chi-Square(2)	0.6524

Anexo 7: Simulaciones de las Series de Tiempo

El programa Dynare, a parte de las funciones impulso-respuesta, permite realizar simulaciones del comportamiento de las series endógenas a partir de los parámetros calibrados. Para este documento se realizaron 100 simulaciones y se analizaron los resultados para el periodo 1990-2015.



Fuente: elaboración propia.



CONSTANCIA DE PRESENTACION DE EXAMEN DE GRADO

La Universidad Autónoma Metropolitana extiende la presente CONSTANCIA DE PRESENTACION DE EXAMEN DE GRADO de MAESTRO EN CIENCIAS ECONOMICAS del alumno GABRIEL ALEJANDRO COAQUIRA URIBE, matrícula 2161801825, quien cumplió con los 180 créditos correspondientes a las unidades de enseñanza aprendizaje del plan de estudio. Con fecha cuatro de enero del 2018 presentó la DEFENSA de su EXAMEN DE GRADO cuya denominación es:

FLUCTUACIONES ECONÓMICAS EN LA ESCUELA ORTODOXA

Cabe mencionar que la aprobación tiene un valor de 40 créditos y el programa consta de 220 créditos.

El jurado del examen ha tenido a bien otorgarle la calificación de:

Aprobado

JURADO

Presidente

DR. DOMINGO RODRIGUEZ BENAVIDES

Secretario

DR. ALEJANDRO RODRIGUEZ ARANA ZUMAYA

Vocal

DRA. ABIGAIL RODRIGUEZ NAVA

Vocal

MTR. MANUEL GARCIA ALVAREZ



Casa abierta al tiempo

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

ACTA DE EXAMEN DE GRADO

No. 00041
Matrícula: 2161801825

FLUCTUACIONES ECONÓMICAS EN
LA ESCUELA ORTODOXA

En la Ciudad de México, se presentaron a las 12:40 horas del día 4 del mes de enero del año 2018 en la Unidad Iztapalapa de la Universidad Autónoma Metropolitana, los suscritos miembros del jurado:

DR. DOMINGO RODRIGUEZ BENAVIDES
DRA. ABIGAIL RODRIGUEZ NAVA
MTRO. MANUEL GARCIA ALVAREZ
DR. ALEJANDRO RODRIGUEZ ARANA ZUMAYA


Bajo la Presidencia del primero y con carácter de Secretario el último, se reunieron para proceder al Examen de Grado cuya denominación aparece al margen, para la obtención del grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS ECONOMICAS
DE: GABRIEL ALEJANDRO COAQUIRA URIBE

y de acuerdo con el artículo 78 fracción III del Reglamento de Estudios Superiores de la Universidad Autónoma Metropolitana, los miembros del jurado resolvieron:


Aprobar

Acto continuo, el presidente del jurado comunicó al interesado el resultado de la evaluación y, en caso aprobatorio, le fue tomada la protesta.



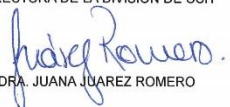
GABRIEL ALEJANDRO COAQUIRA URIBE
ALUMNO

REVISÓ



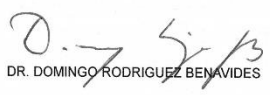
LIC. JULIO CESAR DE LARA SASSI
DIRECTOR DE SISTEMAS ESCOLARES

DIRECTORA DE LA DIVISIÓN DE CSH




DRA. JUANA JUAREZ ROMERO

PRESIDENTE




DR. DOMINGO RODRIGUEZ BENAVIDES

VOCAL



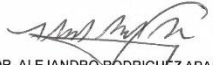
DRA. ABIGAIL RODRIGUEZ NAVA

VOCAL



MTRO. MANUEL GARCIA ALVAREZ

SECRETARIO



DR. ALEJANDRO RODRIGUEZ ARANA ZUMAYA